

ANÁLISE DOS REFERENCIAIS TEÓRICOS DOS TRABALHOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA APRESENTADOS NO XI EPREM

Guilherme Leonardo Freitas Silva - UEPG Fátima Queiroz Dionizio - UEPG Priscila Kabbaz Alves da Costa – UEPG

Resumo: O objetivo desse artigo foi analisar os referenciais teóricos das Comunicações Científicas e os Relatos de Experiência publicados nos anais do XI Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM. Portanto sugiram a seguintes pergunatas: Quais são os referenciais bibliográficos mais utilizados nas pesquisas dos artigos do XI EPREM? Como se dá a aplicabilidade efetivamente entre teoria/prática, tema/aula, nos artigos do XI EPREM? Como se configura a práxis da modelagem matemática nos artigos do XI EPREM? Existe uma relação das teorias de aprendizagem com a modelagem matemática nos artigos do XI EPREM? Para a realização desta pesquisa, foram analisados quatorze trabalhos publicados no evento e posteriormente foram classificados em categorias a *posteori*. A falta de um rigor teórico metodológico, tanto no aspecto da temporalidade dos trabalhos citados nas referências bibliográficas, como também, na leitura e dinâmica que os pesquisadores estudaram e examinaram sobre modelagem matemática, é retroalimentador na má escolha do tema proposto nos trabalhos de modelagem, como também, na escolha dos referenciais, na escolha de uma teoria da aprendizagem, nas etapas da modelagem, na análise e práxis da modelagem matemática aliada à educação matemática.

Palavras-chave: modelagem matemática; referenciais teóricos; educação.

Introdução

A proposta desta pesquisa surgiu na disciplina de Tópicos Especiais em Educação Matemática do Programa de Pós Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), devido à preocupação com trabalhos que vem sendo desenvolvidos sobre Educação Matemática, especificamente a Modelagem Matemática.

Participaram dessa disciplina, ministrada pelo Prof^o Dr. Dionísio Burak¹, treze alunos, sendo cinco alunos regulares do Programa e os demais professores da Rede de Ensino Básica e do Ensino Superior de Ponta Grossa e Irati do estado do Paraná.

Diante das discussões realizadas durante as aulas, surgiram muitas questões a respeito da forma como vem sendo desenvolvidos os trabalhos sobre Modelagem Matemática. Devido

¹ Docente da Universidade Estadual de Ponta Grossa e professor titular da Universidade Estadual do Centro-Oeste.

à grande quantidade de trabalhos que são produzidos sobre o assunto e a diversidade de questões que podem ser observadas nesses trabalhos, para essa pesquisa, elencamos o seguinte problema: o que evidenciam os referenciais teóricos nos trabalhos de Modelagem Matemática apresentados no XI EPREM?

Para buscar resposta a essa pergunta analisamos os referenciais teóricos das Comunicações Científicas e os Relatos de Experiência publicados nos anais do XI Encontro Paranaense de Educação Matemática – EPREM.

Este evento foi realizado na cidade de Apucarana – PR, nos dias 15 a 17 de setembro de 2011 no campus da Faculdade Estadual de Apucarana. Dentre as 10 linhas de pesquisa do evento, optamos pela linha da Modelagem Matemática, devido ao recorte analítico da pesquisa.

Referencial teórico: por que é importante estudar os referenciais teóricos de pesquisas?

A base científica de qualquer pesquisa acadêmica é o referencial teórico. Assim, para construção objeto de pesquisa, bem como, os objetivos, hipóteses, validação e constatação da pesquisa científica, depende única e exclusivamente dos referenciais teóricos utilizados.

Analisando etimologicamente a palavra "referencial teórico", salientamos duas palavras: referência e teoria. São palavras polissêmicas, pois podem significar várias coisas dependendo da área da ciência. A palavra *referencial* pode ter um sentido diferente na física, na matemática, quando comparadas com a educação. A *teoria* é construída para entender fenômenos ou processos referentes à cientificidade. Segundo Minayo (2009) há *macroteorias*, discursos de cientistas sociais importantes, que servem como referência que possamos interpretar nossa realidade. Por exemplo: teoria do positivismo, teoria marxista, teoria do compreensivismo etc.

Por essas razões, é fundamental uma pesquisa acadêmica ter um referencial teórico, na medida que as teorias servem esclarecer melhor o objeto/problema de pesquisa de investigação do pesquisador. Várias teorias podem forma uma única teoria ou lei, formando um sistema. Segundo Severino (2007):

Teoria: é um conjunto de concepções, sistematicamente organizadas; síntese geral que se propõe a explicar um conjunto de fatos cujos subconjuntos foram explicados pelas leis. Sistema: conjunto organizado cujas as partes são interdependentes, obedecendo a um único princípio, entendido este como uma leia absolutamente geral, uma proposição fundamental. (SEVERINO, 2007, pg.104)

Para a construção do objeto de pesquisa é fundamental delimitar o trabalho, no tempo e no espaço, ou seja, começar realizando um levantamento sobre o já foi produzido sobre o objeto, através da historicidade. Por isso, para nós é importante o referencial teórico para Educação Matemática, especificamente na Modelagem Matemática, diante de tantos autores que escrevem sobre esse tema, acabam surgindo várias interpretações, modelos, etapas e propostas que contribuem, dependendo da boa elaboração de um referencial teórico.

Assim, o problema de pesquisa foi: o que evidenciam os referenciais teóricos nos trabalhos de Modelagem Matemática apresentados no XI EPREM? Para responder essa pergunta, subdividimos nas seguintes questões:

Quais são os referenciais bibliográficos mais utilizados nas pesquisas dos artigos do XI EPREM?

Como se dá a aplicabilidade efetivamente entre teoria/prática, tema/aula, nos artigos do XI EPREM?

Como se configura a práxis da modelagem matemática nos artigos do XI EPREM?

Existe uma relação das teorias de aprendizagem com a modelagem matemática nos artigos do XI EPREM?

Com essas questões de pesquisa procurou-se evidenciar o quê e como, os referencias teóricos utilizados nos artigos científicos do evento XI EPREM, podem ser plausíveis de discussões, contribuindo para o avanço da modelagem matemática no que tange ao campo da Educação Matemática.

Metodologia

Para a realização desta pesquisa, foram analisados quatorze trabalhos publicados como Relato de Experiência e Comunicação Científica nos anais do XI Encontro Paranaense de Educação Matemática EPREM, evento realizado na cidade de Apucarana-PR no ano de 2011.

Esta pesquisa se caracteriza como pesquisa bibliográfica, que de acordo com Gil (1991) são desenvolvidas a partir de material já elaborado, principalmente livros e artigos científicos. Esse tipo de pesquisa permite ao investigador uma gama de fenômenos mais amplos, além de terem como objeto trabalhos já reconhecidos no domínio científico, com um estudo direto em fontes científicas sem precisar recorrer diretamente aos fatos/fenômenos da realidade empírica (GIL, 1991).

Em um primeiro momento os alunos participantes da disciplina de Tópicos Especiais em Educação Matemática, se organizaram em grupos de dois e três alunos para uma primeira análise, em cada grupo ficou responsável por dois a três trabalhos. Nessa análise inicial foram identificadas as categorias referentes a estrutura do artigo, como pode ser observada no Quadro 1.

Quadro 1: Categorias referente a estrutura dos artigos

PESQUISA EM MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO						
	MATEMÁTICA					
Seq.	O que deve ser buscar na análise	Códigos				
1	O problema de pesquisa	Problema				
2	Os objetivos	Objetivo				
3	O objeto de pesquisa	Objeto				
4	Os referenciais teóricos utilizados	Referenciais				
5	Os procedimentos descritos (etapas, encaminhamentos)	Procedimento				
6	O delineamento (Tipo de pesquisa, se estudo de caso,	Delineamento				
	delineamento experimental, pesquisa-açãonatureza se					
	qualitativa ou quantitativa)					
7	Os autores que fundamentam as pesquisas em termos	Autores				
	metodológicos.					
8	Os procedimentos de coleta de dados;	Coleta				
9	Os procedimentos de análise de dados;	Análise				
10	Os resultados, conclusões e apontamentos relatados	Resultados				

Quadro 1: Categorias referente a estrutura dos artigos

A partir dessa categorização, foram formados novos grupos, com a tarefa de trabalhar com os seguintes temas:

Quadro 2: Categorias para análise final

GRUPO 1	Objeto, objetivo e problema
GRUPO 2	Autores e referenciais
GRUPO 3	Metodologia
GRUPO 4	Resultados

Este trabalho será dedicado ao estudo dos autores e referenciais apresentados no XI EPREM. Para foi um código de identificação para cada trabalho, conforme mostra o Quadro 3.

Quadro 3: Codificação dos artigos do XI EPREM

Cá	ódigo	Título do trabalho
R	RE 01	UMA NOTA SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE
KE 0		MATEMÁTICA
D	RE 02	O TABAGISMO: UMA ABORDAGEM POR MEIO DA MODELAGEM
K		MATEMÁTICA

	MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA NO CURSO DE
RE 03	FORMAÇÃO DE PROFESSORES PARA AS SÉRIES INICIAIS DE
	ESCOLARIZAÇÃO
RE 04	O USO DE VÍDEOS COMO INSTRUMENTO PEDAGÓGICO DE APOIO ÀS
	ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA
RE 05	CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO E
	APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES
	MODELAGEM MATEMÁTICA EMPREGADA NA OBTENÇÃO DE ALTURAS
RE 06	INACESSÍVEIS: RELATO DE TAREFA APLICADA AOS ALUNOS DO ENSINO
	MÉDIO
CC 07	MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: A QUESTÃO DO
CC 07	CURRÍCULO
CCOO	MODELAGEM MATEMÁTICA E PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: UMA
CC08	PROPOSTA DE ATIVIDADE
	UM OLHAR SOBRE OS TRABALHOS DO IV EPMEM À LUZ DAS
CC 09	PERSPECTIVAS DE KAISER E SRIRAMAN PARA
	A MODELAGEM MATEMÁTICA
CC 10	MODELAGEM MATEMÁTICA E INTERDISCIPLINARIDADE NA EDUCAÇÃO
CC 10	BÁSICA: RELAÇÕES POSSÍVEIS
CC 11	A MODELAGEM MATEMÁTICA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO
CC II	FUNDAMENTAL
CC 12	MODELAGEM MATEMÁTICA E MEIO AMBIENTE: UMA PROPOSTA DE
CC 12	CONSCIENTIZAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA
CC 12	ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS DA PREVISÃO DE FENÔMENOS: UM
CC 13	ESTUDO USANDO MODELAGEM MATEMÁTICA
CC 14	A "REALIDADE" EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM

Análise e interpretação

Para a organização dos dados a opção metodológica foi Análise de Conteúdo (BARDIN, 1979). A análise de conteúdo surgiu inicialmente no século XX, numa época aonde o behaviorismo predominava. Essa linha da psicologia, com influências do positivismo, preconizava o maior rigor e cientificidade na descrição dos comportamentos. A historicidade da análise de conteúdo ganha sua expressão e atualização na década de 70, em que Bardin define de forma bem abrangente a análise de conteúdo sendo:

conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitem a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 1979, p. 49)

É uma metodologia que serve para tratamento e análise de informações de um documento. Portanto para entender as informações dos artigos e relatos de experiência do XI EPREM, optamos criar categorias de análise do documento, para facilitar a discussão posteriormente.

Categoria 1 – Autores

Nesta categoria foram elencados todos os autores de modelagem utilizados como referência, ou apenas citados nos trabalhos analisados. Entre os autores citados estão: Burak; Borba; Biembengut e Hein; Bassanezi; Barbosa; Caldeira; Klüber; Almeida e Dias; e outros. Os autores mais citados, dentre esses, são apresentados no Quadro 4.

Quadro 4: Autores de Modelagem

Autores de Modelagem	Número de trabalhos em
Autores de Moderagem	que foram citados
BURAK	9
BARBOSA	6
BASSANEZI	7

Por estes serem os autores citados em maior número de trabalhos, consideramos importante abordar um pouco sobre seu histórico e concepção de modelagem.

As obras de Dionísio Burak foram citadas, em nove dos quatorze artigos analisados. Em cinco desses artigos foi referenciado um trabalho apresentado num evento paranaense de Modelagem Matemática, intitulado "Modelagem Matemática e a sala de aula". Por ser um dos autores citados em maior número de trabalhos, consideramos importante abordar um pouco sobre seu histórico e concepção de modelagem.

Possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual do Centro-Oeste (1973), mestrado pela Universidade Estadual Júlio de Mesquita Filho (1887) e doutorado pela Universidade de Campinas (1992). Desde 1974 atua como Professor Titular na Universidade Estadual do Centro Oeste. Desde 2003 é docente pertencente ao Núcleo de professores Efetivos do programa de Mestrado em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa.

Tem experiência na área de Matemática com ênfase em Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, educação matemática, ensino e aprendizagem, ensino de matemática e educação matemática. Orientou (e/ou co-orientou) 23 dissertações de mestrado. Atuando principalmente nos seguintes temas: modelagem matemática, educação matemática, ensino e aprendizagem e ensino de matemática.

Para Burak (1987, p. 21) a Modelagem Matemática é o "conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos do qual o homem vive o seu cotidiano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões". De

maneira que o autor considerada a Modelagem Matemática como um conjunto de procedimentos que ocorrem segundo uma configuração mais aberta e contextualizada.

Segundo Klüber e Burak (2008) o autor em sua tese acrescenta a sua concepção de modelagem dois princípios básicos sendo eles o interesse do grupo e a obtenção de informações e dados do ambiente. De maneira que é possível dar significado a aprendizagem, estimular o interesse do aluno a participar além de desenvolver sua autonomia na busca por informações. Com a continuação de suas pesquisas e o novo olhar para a modelagem matemática levam o autor a se desvincular da necessidade de utilização de um modelo até então exigida. De forma a acontecer uma interação entre ambiente-aluno-professor de forma que "o aluno deve buscar, o professor deve mediar e o ambiente é a fonte de toda a pesquisa". (KLÜBER e BURAK, 2008, p.22).

Não se pode esquecer que essa concepção de modelagem segundo Burak (2005) exige que o profissional da educação tenha um vasto domínio de conteúdo afinal o aluno é considerado como um sujeito que perceber o mundo que o circunda.

A Modelagem Matemática procura fazer com que os conteúdos matemáticos sejam construídos na interação entre alunos e professor, agindo sobre um tema em comum, mas infelizmente, ela encontra poucos adeptos dispostos a ensinar matemática dessa forma que traz significado e condições de uma aprendizagem mais eficaz. (SOISTAK e BURAK, 2005).

A Modelagem Matemática vem com intuito de oportunizar uma aprendizagem significativa rompendo com a forma habitual de se trabalhar a Matemática partindo do interesse dos alunos de forma que estes se tornam responsáveis por sua aprendizagem.

O pesquisador Jonei Cerqueira Barbosa, foi citado seis dos quatorze artigos. Possui graduação em Matemática pela Universidade Católica do Salvador (1997), doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (2001) e estágio pós-doutoral na London South Bank University (2008).

Atualmente, é professor do Departamento II da Faculdade de Educação da Universidade Federal da Bahia. É professor permanente no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFBA e no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências da UFBA/UEFS, neste último, no momento, atuando como coordenador. Tem experiência na área de Educação Matemática, com ênfase em Modelagem Matemática, Materiais Curriculares Educativos e Formação de Professores de Matemática. É sócio da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) e da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPED). Compõe, desde 2007, o Comitê Executivo do

ICTMA (The International Study Group for Mathematical Modelling and Applications), grupo filiado ao ICMI (International Commission on Mathematical Instruction).

Para o autor modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Barbosa opõe-se com a ideia de aplicar modelagem matemática com se fosse um método a parte da matemática aplicada. Assim, ele procura estabelecer uma relação com os modelos matemáticos com a sociedade e a educação. Chama a atenção do poder da matemática perante a sociedade na tomada decisões, na resolução de problemas específicos.

Seu embasamento teórico é no Skovsmose, que demonstra modelos matemáticos para tomada de decisões e no Borba e Skovsmose que chamam a atenção da utilização da matemática para interesse particulares de certos grupos sociais.

Barbosa (2001) afirma que atualmente existe pouca distinção entre Matemática pura e aplicada, sendo que a tendência é que elas sejam consideradas complementares. A distinção entre o matemático puro e o aplicado, é que o primeiro tem como objetivo, cuidar dos problemas inerentes a própria matemática, enquanto que o segundo dedica-se aos conhecimentos colocados por outras áreas do conhecimento (BARBOSA, 2001). É nessa perspectiva da matemática aplicada que se encontram os trabalhos de Rodney Bassanezi.

As obras de Rodney Carlos Bassanezi foram citadas, em sete dos quatorze artigos analisados. Em cinco desses artigos foi referenciado um de seus livros intitulado "Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia".

Rodney Carlos Bassanezi, de acordo com as informações contidas no Currículo Lattes, possui graduação em Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (1965). Mestrado em pela Universidade Estadual de Campinas (1971) e doutorado em Matemática pela Universidade Estadual de Campinas (1977). Bassanezi trabalhou no IMECC-Unicamp de 1969 a 2001 quando passou a ser pesquisador voluntário nesta universidade, permanecendo até 2006. Desde 2007 atua como Professor Titular na Universidade Federal do ABC onde é o coordenador do programa de pós-graduação do CMCC. Tem experiência na área de Matemática, com ênfase em Análise, atuando principalmente nos seguintes temas: Teoria Fuzzy: Sistemas dinâmicos subjetivos; Biomatematica: epidemiologia, ecologia; Educação matemática: Modelagem. Orientou (e/ou co-orientou) 17 teses de doutorado e 36 dissertações de mestrado.

Para Bassanezi a Modelagem Matemática é:

[...] um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. E uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de

transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual. (BASSANEZI, 2002, p.24)

Bassanezi (1999) entende a Modelagem Matemática como um processo dinâmico e atraente, podendo ser considerada uma arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos, resolvê-los e, então, interpretar suas soluções na linguagem do mundo real.

Para situarmos os trabalhos de Bassanezi, faz-se necessário considerar que a matemática é uma ciência que pode ser considerada em três perspectivas: primeira, como matemática pura, centrada em resolver questões que envolvem a própria matemática; a matemática aplicada é a segunda área de atuação, sendo que os conhecimentos e conceitos da matemática são utilizados para resolver situações de outras áreas do conhecimento, como por exemplo, da física, da engenharia, entre outros (BARBOSA, 2001). Por fim, encontra-se a educação matemática, descrita por Burak e Klüber (2008) como uma matemática preocupada com as condições necessárias para a promoção da aprendizagem. Nessa perspectiva, configura-se a Educação Matemática, que deve levar em consideração nas situações de ensino, além dos conteúdos matemáticos, uma indagação crítica da vida.

Categoria 2 – Etapas

A segunda categoria de análise se refere as etapas seguidas nos artigos analisados. Essas etapas foram confrontadas com as etapas sugeridas pelos autores mais citados, pertencentes a categoria anterior.

Para Klüber e Burak (2008, p.20) a Modelagem Matemática "procura levar em conta os sujeitos, o ambiente social, cultural e outras variáveis". De maneira que o autor sugere cinco etapas que consideram não só o interesse do aluno, mas como as necessidades educacionais de cada nível de ensino, sendo estas as cinco etapas:

- 1) A escolha do tema consiste no professor enquanto mediador, escolher um tema junto aos alunos que desperte o interesse destes podendo assumir uma variedade.
- 2) A pesquisa exploratória exige que os alunos que os alunos busquem informações sobre o tema nos mais diversos meios de forma a formarem um subsidio teórico e a buscarem materiais.
- 3) O levantamento dos problemas consistem em levar os alunos a elaborarem problemas partindo do tema de maneira a buscar os conhecimentos matemáticos que possam resolvê-los.

- 4) A resolução dos problemas e o desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema buscando responder aos problemas formulados com o auxílio do conteúdo matemático.
- 5) A análise crítica das soluções busca levar os alunos a refletirem acerca do processo e dos resultados da pesquisa podendo auxiliar em novas decisões ou aprimoramento destas.

Dessa forma nos artigos analisados encontramos três artigos que se fundamentam em Burak, que citam as etapas definidas pelo mesmo, mas não a utilizam no desenvolvimento da atividade de modelagem. Encontramos dois artigos que além de citá-las também fazem uso do desenvolvimento da atividade de modelagem. Outros dois artigos seguem algumas etapas criadas por eles próprios, mas sem considerar o que é proposto pelos autores que fundamentam a modelagem. Dos artigos que citam Burak, somente um cita as etapas propostas por Biembengut e Hein e as coloca em prática em suas atividades de modelagem.

Apesar do Barbosa não sugerir etapas na modelagem matemática, do ponto de vista pedagógico, ele sugere o desenvolvimento da *Modelagem Matemática* nas escolas:

- 1) Conheça os limites da instituição de ensino;
- 2) Comece com modelos curtos e mais simples, ou seja, que são possíveis de fazer;
- 3) Analise o tempo, o que é possível fazer dentro dele;
- 4) Analise o seu saber e o saber dos alunos;
- 5) Avalie a disposição e grau de interesse dos alunos, bem como a sua motivação;
- 6) Avalie a disposição e apoio da direção da escola.

Ainda BARBOSA (2001) destaca que a inserção curricular da modelagem matemática pode acontecer em três situações distintas:

- 1) O professor apresenta um problema, com seus dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a resolução;
- 2) O professor apresenta um problema, cabendo aos alunos a coleta de dados e a resolução;
- 3) O professor solicita que os alunos formulem problemas, coletem dados e os resolvam.

Dentre os sete artigos que citaram Bassanezi, quatro deles não seguiu nenhuma das etapas sugeridas pelos autores de modelagem. Um dos artigos apenas citou Bassanezi para justificar, juntamente com outros autores, a escolha da Modelagem Matemática enquanto metodologia de ensino e aprendizagem, mas utilizou as etapas sugeridas por Burak (2004). Um dos artigos citou Bassanezi, mas utilizou as etapas propostas por Negrelli (2008). E apenas um deles cita as etapas propostas por Bassanezi e as utiliza para o desenvolvimento do trabalho com a modelagem.

De acordo com Bassanezi (2002), a modelagem matemática de uma situação ou problema real (ou seja, a busca por um modelo matemático), deve seguir a seguinte sequência de etapas:

- 1) Experimentação;
- Abstração (seleção das variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação);
- 3) Resolução;
- 4) Validação;
- 5) Modificação;
- 6) Aplicação.

O autor lembra que essas etapas não necessariamente sequenciais, podendo ser modificadas no decorrer do desenvolvimento.

Categoria 3 – Teorias de aprendizagem

Existem diferentes teorias preocupadas com o ensino e a aprendizagem de forma mais ampla. No caso da Matemática, os trabalhos desenvolvidos com essa proposta estão inseridos na área do conhecimento denominada de "Didática da Matemática", iniciada por meio de estudos desenvolvidos no final da década de 1960 no contexto do movimento da Matemática Moderna (POMMER, 2008). Por meio desses estudos eram desenvolvidos materiais didáticos para trabalhar em sala de aula e era realizada formação complementar para professores.

Esta categoria refere-se a presença e utilização das teorias de aprendizagem como fundamentação do trabalho com a modelagem. Porém, dentre os autores de modelagem matemática, mais citados, somente Burak relaciona seus estudos com uma teoria de Ensino Aprendizagem, nesse caso apresentada por Ausubel.

Evidenciamos que uma das teorias de ensino aprendizagem citadas nos textos foi a de Ausubel que trata da aprendizagem significativa. David Paul Ausubel nasceu em 1918 se desenvolvendo na cidade Nova York. Graduou-se em Psicologia, pela Universidade da Pensilvânia, onde também obteve o curso pré-médico. Mais tarde recebeu o título de PHD em Psicologia do Desenvolvimento pela Universidade de Columbia.

Segundo Ausubel a estruturação cognitiva varia de acordo com as experiências e as relações que cada pessoa faz entre os conceitos. De forma que o autor trata desse como um processo idiossincrático, visto que cada indivíduo reage de uma forma frente aos conceitos aprendidos que são acumulados ao longo de toda nossa vida. Para Moreira (2009, p.8) "a

aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação "ancora-se" em conceitos relevantes (subsunçores²) preexistentes na estrutura cognitiva". Para Moreira (2009) uma nova ideia pode ser aprendida significativamente na medida em que um individuo já tenha assimilado outras ideias de forma clara em sua estrutura cognitiva, servindo como ancoragem as próximas ideias. Essa ancoragem vai sendo modifica conforme são adquiridos novos conhecimentos significativos.

A aprendizagem significativa caracteriza-se, pois, por uma **interação** (não uma simples associação), entre aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações, através da qual estas adquirem significado e são integradas à estrutura cognitiva de maneira nãoarbitrária e não-literal, contribuindo para a diferenciação, elaboração e estabilidade dos subsunçores preexistentes e, consequentemente, da própria estrutura cognitiva. (MOREIRA, 2009, p.9).

Em contrapartida, quando uma ideia é aprendida pelo indivíduo sem que haja uma interação com outros conhecimentos já assimilados em sua estrutura cognitiva esse tipo de aprendizagem é definido por Ausubel como aprendizagem mecânica (ou automática). "A nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para sua elaboração e diferenciação." (MOREIRA, 2009, p.10).

Mas esse tipo de aprendizagem não ocorre no que o autor chama de vácuo cognitivo visto que pode acontecer algum tipo de associação apesar desta não estar ligada a interação como na aprendizagem significativa.

Ausubel distingue três tipos de aprendizagem significativa, sendo elas: representacional, de conceitos e proposicional.

A aprendizagem representacional "envolve a atribuição de significados a determinados símbolos (tipicamente palavras), isto é, a identificação, em significado, de símbolos com seus referentes (objetos, eventos, conceitos)." (MOREIRA, 2009, p.16). Esse tipo de aprendizagem não se resume a mera associação do símbolo com o objeto, mas sim uma proposta de representação dos conteúdos significativos existentes em sua estrutura cognitiva.

Pode-se considerar a aprendizagem de conceitos como uma configuração da aprendizagem representacional sendo que esta se utiliza de conceitos³, já que "a aprendizagem de conceitos propriamente dita é um tipo complexo de aprendizagem representacional, pois,

² Moreira (2009) coloca que a palavra subsunçor é um conceito, uma ideia já existente na estrutura cognitiva do aluno sendo um ancoradouro as novas informações.

³ Para Ausubel conceito são objetos, eventos, situações ou propriedades que possuem atributos criteriais comuns e são designados, em uma dada cultura, por algum signo ou símbolo aceito (MOREIRA, 2009, p.16).

para ser significativa, deve ser substantiva e não-arbitrária, ao invés de nominalista ou meramente representacional."(MOREIRA, 2009, p.16)

Na aprendizagem proposicional o indivíduo deve

aprender o significado de ideias em forma de proposição [...] no entanto, também não é aprender o significado dos conceitos (embora seja pré-requisito) e, sim, o significado das idéias expressas verbalmente, através desses conceitos, sob forma de uma proposição. Ou seja, a tarefa é aprender o significado que está além da soma dos significados das palavras ou conceitos que compõe a proposição. (MOREIRA, 2009, p.16).

Pode-se verificar que a relação das teorias de ensino e aprendizagem com a modelagem aparecem, mas muitas vezes não auxiliam na compreensão dos dados obtidos. Barbieri e Burak (2005, p.7) colocam que "a aplicação da Modelagem Matemática leva a aprendizagem significativa ao trazer os conteúdos matemáticos para dentro da vida dos educandos". Os autores proporcionam aos educandos a possibilidade de experimentar situações problema passo a passo, seguindo uma ordem psicológica procurando relacionar novas informações a conceitos já existentes nas estruturas cognitivas do aluno. Alguns artigos que fazem essa relação se utilizam de autores como Ausubel, Brousseau, Almeida e Vertuan, Morin. Outros artigos citam teorias de aprendizagem como a resolução de problemas mas não a fundamentam, e o seguinte traz a perspectiva sócio crítica sem fundamentá-la em seus autores basilares.

Categoria 4 – Tema

Para Klüber e Burak (2008, p.20) o tema deve ser escolhido segundo os interesses dos participantes e do grupo ao qual está inserido buscando torná-lo agente do processo de construção do conhecimento matemático possibilitando ao aluno a ampliação de sua autonomia.

Dessa forma podemos observar que nos artigos que citam Burak em sua fundamentação, mas os artigos em sua maioria definem o tema previamente sem a participação do aluno justificando que esse tema é de interesse da comunidade, mas sem tê-la consultado, somente dois dos artigos realizam a escolha do tema partindo do interesse dos participantes.

Barbosa chama atenção dos temas relacionados a modelagem matemática terem relação com realidade, ou seja, a importância na tomada de decisões de maneira crítica e reflexiva.

Bassanezi (2002) propõe que o tema seja preferencialmente abrangente, e lembra a importância de serem escolhidos pelos alunos, para que eles se sintam "co-responsáveis" pelo processo de aprendizagem. Porém, o que se pode observar em todos os artigos que se fundamentaram no autor, é que o tema foi proposto pelo pesquisador e não pelo grupo.

Categoria 5 – Referência aos autores que fundamentam o trabalho no processo de desenvolvimento e nas análises

Esta categoria é fundamental para a compreensão da importância da realização desta pesquisa, pois foi por meio deste item das categorizações, que os principais aspectos da fundamentação teórica ficaram explícitos.

A maioria dos artigos analisados não faz referência aos autores citados no corpo do trabalho, durante o desenvolvimento da modelagem. Essa característica também se apresenta nas análises dos resultados, em que não há uma fundamentação, em pelo menos quatro artigos. Em alguns artigos encontramos autores que não fundamentam o corpo do trabalho, mas se utilizam de um autor para auxiliar na compreensão dos resultados obtidos.

Dentre os artigos foi possível identificar alguns que combinaram diversos autores e concepções de modelagem em sua fundamentação, sem definir um dos autores para auxiliar na compreensão dos dados.

Resultados

Com base nos dados coletados dos 14 artigos e da análise dos mesmos frente as cinco categorias criadas pudemos perceber que as teorias de ensino e aprendizagem estão pouco presente nos trabalhos científicos, o que sugere uma interpretação superficial dos teóricos que prescreveram os/as modelos/etapas da modelagem matemática aliadas a teoria da educação.

Analisando os referenciais teóricos utilizados nos 14 artigos nos revelaram que há uma ênfase em certos autores (como Burak, Barbosa, Bassanezi), mas há um distanciamento destes quando relacionados com a prática docente.

A falta de um rigor teórico metodológico, tanto no aspecto da temporalidade dos trabalhos citados nas referências bibliográficas, como também, na leitura e dinâmica que os pesquisadores estudaram e examinaram sobre modelagem matemática, é retroalimentador na má escolha do tema proposto nos trabalhos de modelagem, como também, na escolha dos

referenciais, na escolha de uma teoria da aprendizagem, nas etapas da modelagem, na análise e práxis da modelagem matemática aliada à educação matemática.

Considerações Finais

Para que o trabalho com a modelagem matemática ocorra de forma a contribuir com o ensino e a aprendizagem dos alunos faz-se necessário ter uma boa fundamentação teórica que ofereça subsídios para a atuação em sala de aula. Da mesma forma que a compreensão das etapas e formas de trabalho com a modelagem deve condizer com os níveis de ensino, pois cada um dos autores propõem um caminho a modelagem adequado a essas características.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, UNESP, Rio Claro, 2001. 253p.
- BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.
- BASSANEZI, R.C. Modelagem Matemática: Uma disciplina emergente nos programas de formação de professores. Revista BioMatemática IMECC –UNICAMP. Vol. 9. pp. 9-22.1999.
- BURAK, D.; BARBIERI, D. D. . **Modelagem Matemática e sua implicações para a Aprendizagem Significativa.** In: IV Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 2005, Feira de Santana BA. Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática. Feira de Santana: UEFS, 2005.
- BURAK, D.; SOISTAK, A. V. F.. **O conhecimento matemático elaborado via metodologia alternativa da modelagem matemática**. In: III Congresso Internacional de Ensino da matemática, 2005, Conoas, RS. III Seminário Internacional de Ensino da Matemática. Canoas, RS: ULBRA, 2005.
- BURAK, D. Critérios norteadores para a adoção da Modelagem Matemática no ensino fundamental e secundário. **Revista Zetetiké**. Campinas, vol.1, ano 2, nº 2, p. 47-60, 1994.
- BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5^a série. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.
- BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. Revista Educação Matemática em Pesquisa. São Paulo, v.10, n.1, p.17-34, 2008.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma:** entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas. Organização Tânia M.M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. São Paulo: Atlas, 1991.

MOREIRA, M. A.. **A Teoria da Aprendizagem Significativa**: Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

MINAYO, M. C. de S. et al. (Org.) **Pesquisa social:** teoria, método e criatividade. 28. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2009.

NEGRELLI, L. G. Uma reconstrução epistemológica do processo de Modelagem Matemática para a Educação (em) Matemática. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2008.

PINTO, N. B. **Contrato didático ou contrato pedagógico?** 2003. Disponível em: http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/1891/189118047008.pdf>. Acesso em 29 fev. 2012.

POMMER, W. M. **Brousseau e a idéia de Situação Didática**. 2008. Disponível em: http://www.educared.org/educa/img_conteudo/file/CV_179/Wagner%20Pommer%20Apresentacao%20SEMA%202008%2009%2002.pdf. Acesso 29 fev. 2012.

SEVERINO, A. J. Metodologia do trabalho científico. 23 ed. São Paulo: Cortez, 2007.