O ENSINO DA GEOMETRIA E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SOB UM ENFOQUE EPISTEMOLÓGICO

Franciele Catelan Cardoso[1] - Unijuí

Resumo: O entendimento das maneiras de ocupação do espaço, localização e visualização, bem como o deslocamento de objetos nesse espaço são competências de caráter geométrico que o ser humano necessita utilizar cotidianamente. Os saberes relacionados ageometria desenvolvem competências que facilitam a convivência dos sujeitos no espaço bem como a sua interpretação. Porém dados estatísticos das avaliações oficiais de desempenho de estudantes revelam que eles encontram dificuldades nesse campo do saber matemático. Diferentes estudos tentam explicar esse fracasso e contribuir para uma melhoria desses indicadores. Nesse texto, elaborado a partir de leituras, reflexões e discussões realizadas durante o ano de 2012,em uma disciplina do Curso de Mestrado em Educação de um Instituição do interior do RS, buscareitrazer alguns indicadores que podem estar interferindo no ensino e aprendizagem da geometria,visando entender os obstáculos envolvidos nesse processo sob um enfoque epistemológico, partindo da teoria de Raymond Duval sobre registros de representação semiótica.

Palavras-chave: Epistemologia; Geometria; Registros de Representação Semiótica.

Considerações iniciais

A matemática é uma das mais antigas ciências e se constituiu em uma rede de conhecimentos de grande valia para o homem viver na sociedade contemporânea. Além disso, o processo de ensino da matemática desenvolve aspectos cognitivos importantes para que oser humano seja capaz de atribuir conceitos, raciocinar, interpretar e resolver problemas que se apresentam em diversas situações da vida cotidiana e profissional.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais-PCN (1998)- destacam a importância dos saberes inerentes a matemática para o cidadão entender e atuar no mundo, reiterando ainda que o conhecimento dessa área do saber se consolida como produto da construção humana a partir das relações que estabelece com a natureza, a sociedade e a cultura. Sendo assim, a matemática pode ser considerada uma ciência viva e as pesquisas relacionadas a esse campo do saber têm trazido importantes contribuições no avanço da ciência e da tecnologia.

[1]Mestranda em Educação nas Ciências pela Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul
Contato:francielecatelan@gmail.com

Amatemática se apresenta nos exercícios cotidianos de quantificação (contagem, medição) e nas operações de cálculo com números e grandezas, entre outras situações, por isso é importante que se reconheça a especificidade do conhecimento matemático, percebendo que o processo de apropriação desse conhecimento requer a utilização de uma variedade de sistemas de representação e expressão afora a linguagem natural ou gráfica, ou seja, utilizar

> Sistemas variados de escrituras algébrica e lógica que contenham o estatuto de línguas paralelas à linguagem natural para exprimir as relações e as operações, figuras geométricas, representações em perspectiva, gráficos cartesianos, redes diagramas, esquemas, etc. (DUVAL, 2009, p.13).

Nesse sentido, entre os vários campos do conhecimento matemático, a geometriase apresenta como um rico campo de exploração das várias representações do objeto matemático. Por exemplo na exploração da geometria analítica, s o seu estudopermite tanto resolver problemas geométricos recorrendo a artifícios da álgebra, quanto aplicar significado geométrico a fatos da álgebra (BRASIL, 2011). Explicitando a riqueza de representações do objeto matemático bem como a necessidade de dominar essas representações para acessá-los, uma vez que os objetos matemáticos são abstratos e dependem das representações para serem acessados.

Ao analisarmos os dados estatísticos das avaliações nacionais e internacionais (ENEM, SAEB, Prova Brasil, PISA...), bem como as matrizes de referência dessas avaliações, percebemos a grande dificuldade que os alunos encontram ao resolver problemas matemáticos que envolvem a mobilização de conhecimentos de geométricos, principalmente no que se refere à geometria analítica. Como na questão que apresentaremos a seguir:

Quadro 1: Descritor 8 da Prova Brasil do Ensino Médio,2009.

Qual é a equação da reta que contém os pontos (3, 5) e (4, -2)?

(A) $y = -7x + 26$

(B) $-\frac{1}{7}x - \frac{10}{7}$

(C) $\frac{1}{7}x - \frac{18}{7}$

(D) $y = x + 2$

(E) $y = 7x - 16$

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
23%	18%	18%	16%	21%

Fonte: BRASIL, 2011.

O descritor dessa questão pretendia realizar a avaliação da habilidade do aluno em construir a equação de uma reta, tendo como referência dois pontos dados ou a partir de um ponto e de sua inclinação (BRASIL, 2011). Por meio desse quadro é possível verificar que o número de alunos que acertaram a questão foi bastante baixo, enquanto que o índice de erros supera 70%. Esses problemas podem estar ligados à compreensão em matemática, no sentido de dominar os diversos registros de representação do objeto matemático.

Nesse contexto, podemos considerar importantes questionamentos realizados por Raymond Duval (2010, p. 11) a respeito da aprendizagem em matemática, "como compreender as dificuldades muitas vezes insuperáveis que muitos alunos têm na compreensão da matemática? Qual natureza dessas dificuldades? Onde elas se encontram?".

Buscaremos trazer alguns indicadores que possam responder aos questionamentos de Duval (2010) partindo de algumas considerações a cerca da epistemologia da matemática, mais especificamente na perspectiva de obstáculos epistemológicos[2].

A matemática e os obstáculos epistemológicos

Setti e Cifuentes (2003) destacam queos problemas relacionados a aprendizagem em matemática podem estar relacionados aos chamadosobstáculos epistemológicos. SegundoBachelard (2005, p.17)

> [...] é no âmago do próprio ato de conhecer que aparecem,por uma espécie de imperativo funcional, lentidões e conflitos. É aí que mostraremos causas de estagnação e até de regressão, detectaremos causas de inércia às quais daremos onome de obstáculos epistemológicos. O conhecimento do realé luz que sempre projeta algumas sombras. Nunca é imediatoe pleno. As revelações do real são recorrentes. O real nunca é"o que se poderia achar" mas é sempre o que se deveria terpensado. O pensamento empírico torna-se claro depois, quandoo conjunto de argumentos fica estabelecido. Ao retomarum passado cheio de erros, encontra-se a verdade num autênticoarrependimento intelectual. No fundo, o ato de conhecerdá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentosmal estabelecidos, superando o que, no próprio espírito, é obstáculo à espiritualização.

Dessa maneira, podemos interpretar que o processo de construção do conhecimento científico ocorre, geralmente, por meio da rejeição dos conhecimentos anteriores, o que defronta com obstáculos. Estes, não se configuram pelo não conhecimento, mas são conhecimentos de outros tempos, que não incorporam novas concepções o que ameaçaria o equilíbrio intelectual de quem detém ou construiu o conhecimento. Dessa maneira, Bachelard (2005) aponta que é necessário uma constante mobilização do conhecimento científico de modo a transformar conhecimentos estáticos em conhecimentos abertos e adequados ao meio empírico, garantindo a evolução dos conhecimentos.

Brousseau (1983, apud MIGUEL 2004) faz a transposição do obstáculo epistemológico para o terreno da matemática, constituindo uma análise retificadora e

[2]Essa ideia foi estabelecida pelo filósofo francês Gaston Bachelard em 1938, porém popularizou-se a partir da década de 1970. Segundo ele, é dentro do próprio conhecimento que aparecem, por uma classe de necessidade funcional, as lentidões e os problemas referentes a apropriação dos conhecimentos (SETTI e CIFUENTES, 2003).

ampliadora da concepção bachelardiana, porém não rompendo com a mesma, transpondo a epistemologia para o território da didática da matemática a fim de explicar alguns fatos que ocorrem no ensino dessa ciência. Para o autor, o obstáculo epistemológico é caracterizado como um conhecimento, uma concepção que apresenta respostas adequadas a certo contexto, porém não adaptadas fora dele. Dessa forma cada conhecimento pode ser um obstáculo para a aquisição de novos conhecimentos, e esses obstáculos ocorrem pela falta de compreensão de alguns problemas ou pelo seu caráter inexato, ou ainda pelos erros, e para superá-los seria necessária a ruptura do conhecimento anterior para um novo conhecimento.

É importante destacar que a análise retificadora e ampliadora desenvolvida por Brousseau (1983, apud MIGUEL, 2004) se constituina proposta de existência de várias e diversas origens para os obstáculos na construção do conhecimento matemático pelo aluno dos dias atuais. Dessa maneira poderia ser proposta uma classificação dos obstáculos baseada nos diferentes motivos que os determinam. Para ele, todos os obstáculos, de diversas origens e razões, encontrados pelos alunos durante a aprendizagem podem ser chamados de obstáculos epistemológicos, visto que esses obstáculos se referem ao conhecimento matemático.

Miguel (2004, p.92)destaca que o obstáculo epistemológico para Brousseau“é sempre um conhecimento e não, como se poderia à primeira vista supor, uma ausência de conhecimento”. Ele afirma isso sustentado pelo fato desse conhecimento permitir que sejam produzidas respostas satisfatórias ou corretas para alguns problemas, porém pode proporcionar respostas falsas/incorretas quando aplicados a outros tipos de problemas.

No entanto o autor reitera que os erros determinados pelos obstáculos necessitam ser levados em consideração como uma categoria especial, na medida em que os erros não são produzidos pela falta de conhecimento, pelo acaso ou de modo imprevisível e descuidado. Esses erros se produzem de forma previsível persistindo e não cedendo às correções.

Para que possamos entender quais obstáculos definem as dificuldades da apreensão do conhecimento em geometria, podemos realizar uma breve caminhada através da história desse campo do conhecimento matemático até os dias atuais e seu ensino.

Uma caminhada pela história da geometria no currículo escolar

Sabemos que os conhecimentos em geometria são importantes para o ser humano tanto para sua vivência cotidiana quanto pelo aspecto instrumental desses conhecimentos na constituição do pensamento lógico e desenvolvimento das capacidades dedutivas. Dessa maneira, as palavras proferidas por Immanuel Kant “A geometria é uma ciência de todas as espécies possíveis de espaços” se explicam.

Estudos sugerem que os primeiros conhecimentos geométricos tenham sido construídos empiricamente a partir da necessidade do homem em dominar alguns procedimentos para desenvolver a agricultura. Dessa maneira os avanços no período Neolítico da agricultura e da tecelagem principalmentecomeçam a propiciar ao homem uma compreensão mais acentuada das relações entre forma e número, deixando evidente a relação entre geometria e aritmética, desenvolvendo ainda as noções de simetria. A prática em massa da agricultura e da economia vai proporcionando uma gradual evolução da matemática e da geometria, pela necessidade de desenvolver técnicas e resolver problemas que se apresentavam nesse período (PAVANELLO, 1989).

Os antigos gregos já manifestavam conhecimentos de geometria descritivaTales de Mileto foi o precursor da geometria dedutiva, seu grande mérito consiste principalmente pelo fato dele ter chegado a esses conhecimentos por meio de algum tipo de raciocínio lógico.

Dessa forma, o pensamento geométrico foi se desenvolvendo até chegar às geometrias chamadas não euclidianas. Os conhecimentos geométricos foram evoluindo juntamente com a matemática, provendo também contribuições para a evolução não só da matemática como da ciência e da tecnologia.

Porém se formos analisar o ensino da geometria em sala de aula, percebemos que é desenvolvido de forma rigorosamente tradicional,deixando de lado o ensino que objetiva o desenvolvimentoda aprendizagem significativa acabando por levar o aluno ao desinteresse em aprender esse campo matemático em detrimento de sua importância (PAVANELLO, 1989).

Pavanello (1989, p. 11) aponta alguns motivos para a decadência no ensino da geometria nas escolas, ela cita o rigor, a visualização e a "subordinação da geometria à álgebra", como alguns problemas referentes ao ensino desse campo matemático.A preocupação com o rigor no ensino da geometria foi amplamente difundido no século XIX, num momento em que os matemáticos estavam preocupados em reparar os problemas referentes a falta desse no tratamento ao cálculo diferencial, o qual havia se desenvolvido de forma espetacular no século XVIII com Newton e Leibniz, atrelada as discussões em torno das geometrias não euclidianas.

Essas preocupações levaram os matemáticos a uma análise mais apurada aos procedimentos que Euclides utilizou na sua obra Elementos. Durante essas análises foi observado, por meio de uma visão mais moderna, que essa obra que foi considerada por séculos como um modelo rigoroso de apresentação da matemática, apresentava alguns defeitos. Percebeu-se que os axiomas e postulados de Euclides não satisfaziam as necessidades para uma dedução rigorosa dos teoremas, e que muitas vezes recorriam à intuição geométrica para se explicarem (PAVANELLO, 1989).

A autora evidencia que nesse momento foram feitas críticas as tentativas de Euclides de definir os termos técnicos utilizados em sua obra, sendo que a definição desses termos é impossível tanto quanto provar as afirmações contidas no seu discurso. Essa impossibilidade se dá pelo fato da necessidade das infinitas definições que se faziam necessárias ao designar os termos utilizados por Euclides. Definições que Euclides fez em relação ao ponto e reta, respectivamente como sendo “o que não tem partes” e “comprimento sem largura”, são hoje considerados primitivas e inadequadas do ponto de vista lógico. Dentre as falhas apontadas no livro Elementos, a mais grave se configura no fato de que as suposições feitas por Euclides não se sustentam em seus postulados. Talvez as escritas de Euclides fossem aceitas por muito tempo pelo fato dos gregos naquela época considerarem a geometria como a descrição do espaço físico e dos sentidos, de maneira que as visualizações das figuras que seguiam as demonstrações de Euclides fossem aceitas como verdadeiras. Podemos aí perceber já alguns indicadores de obstáculos epistemológicos para a construção e prova dos conceitos geométricos.

Ao que se vincula a visualização, esse tratamento da geometria é criticado pelo fato de induzir certas afirmativas em relação aos entes geométricos desvinculados dos axiomas, limitando ainda a geometria a duas ou três dimensões. Esses limites ficam evidenciados a partir da descoberta das geometrias não euclidianas, acentuando-se na medida que ocorrem maiores generalizações na algebrização e abstração geométrica. Assim se justifica o abandonodo ensino da geometria pelo fato de sua subordinção à álgebra.

Descartes no século XVII iniciou o processo de redução da geometria à álgebra, ao substituir os pontos do plano por pares de números e as curvas por equações, restringindo assim o estudo das propriedades das curvas ao estudo das propriedades algébricas das equações que as correspondem.Félix Klein no século XIX, dá um passo decisivo na algebrização da geometria ao desenvolver seu Programa Erlagem, fazendo a relação entre “propriedades projetivas e as métricas das figuras e da noção de grupo de transformações do espaço”, fornecendo então“as ferramentas de que se necessitava para distinguir entre os diferentes tipos de geometria (PAVANELLO, 1989, p.14).

Klein em 1872, por meio de demonstrações chega então a sua definição das geometrias como sendo “o estudo das propriedades de um conjunto S que permanecem invariantes quando os elementos de S são submetidos às transformações de um grupo de transformações”. Dessa maneira, geometrias diversas satisfariam a transformações diversas.

Apesar de estas descobertas representarem um importante ponto de vista às geometrias não euclidianas, resultou na visão de muitos a submissão da geometria à álgebra (PAVANELLO, 1989 p. 15).

Podemos conjecturar que, a falta de rigor em relação a geometria euclidiana, bem como a sua dependência da visualização, tornando seu ensino intimamente ligado a duas ou três dimensões e induzindo os resultados por meio da ótica, bem como a sua submissão à álgebra, podem ser os motivos pela diminuição do espaço dado à geometria nos currículos das escolas e sua subordinação ao ensino da álgebra

Sabemos que as falhas ocorridas nas mais diversas teorias matemáticas trazem contribuições pelo fato de nas tentativas de saná-los ocorrem avanços significativos na evolução da ciência. Como exemplo disso é possível citar as geometrias não euclidianas, resultantes da insatisfação por parte de alguns matemáticos relacionada ao postulado das paralelas de Euclides, que não apresentava concisão, fácil compreensão e a evidência dos demais teoremas apresentados. Os ensaios de demonstrá-lo como um teorema derivado de outros postulados de Euclides, ou de substituir por outro postulado equivalente que tivesse mais aceitabilidade, constituíram o estabelecimento de sua independência dos demais sistemas euclidianos, resultando na inserção de outras geometrias afora a clássica (PAVANELLO, 1989).

Nesse ponto de vista, ao fazermos essa breve caminhada histórica ao longo dos conhecimentos relacionados à geometria, é possível verificar que obstáculos epistemológicos foram sendo superados ao longo dos tempos para que fosse possível a construção dos conceitos geométricos, bem como a formulação de situações problemas que exploram esses conceitos e possibilitam sua apreensão. Assim,o desenvolvimento das ideias advindas da obra de Euclides e ampliadas pelos matemáticos contemporâneos podem ser relacionadas à ideia de obstáculo epistemologico o qual definimos anteriormente.

Ainda, a compreensão dos conceitos da geometria, bem como a construção dos conhecimentos desse campo matemático são mais propensos aos obstáculos epistemolólogicos pelo fato desse campo ser de natureza empírica. Dessa maneira, o aluno já vivencia diversas situações em sua vida cotidiana nas quais se utiliza de conhecimentos de natureza geométrica de, na escola esse conhecimento é formalizado, sendo rompida a cultura experimental do conhecimento para uma de caráter formal. Esse movimento também consiste em uma ruptura de conhecimentos, podendo ser caracterizado como um obstáculo epistemológico na construção do conhecimento.

Dessa maneira, a identificação dos obstáculos epistemológicos na construção do conhecimento, onde a cultura científica é posta em constante movimento, na busca de substituir saberes fechados e estáticos por conhecimentos dinâmicos e abertos promovendo a evolução dos conhecimentos, como evidencia Bachelard (2005) é de primordial importância para a significação e mobilização dos saberes relacionados a geometria, bem como de outras áreas do conhecimento.

Porém, se formos analisar o ensino da geometria no Brasil, percebe-se ainda um vazio. Podemos,estabelecer como marco primordial da ausência do ensino da geometria nas escolas brasileiras o Movimento da Matemática Moderna-MMM. Nesse momento ocorreu um aumento da preocupação com o ensino da Álgebra com a utilização simbólica da teoria de conjuntos, numa perspectiva de integrar o ensino em três campos fundamentais: aritmética, álgebra e geometria. Porém o que ocorreu foi um ensino formalizado ao extremo, desligado de todo suporte intuitivo, apresentado a partir de situações artificiais e, além de tudo resultou no abandono da geometria(PAVANELLO, 1989) e (PIRES 2000).

No estado de São Paulo em 1961, foram dados os primeiros passos no MMM, por meio da criação do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática. Cujo principal objetivo era o de coordenar e divulgar a introdução da matemática moderna na escola. Porém os próprios referenciais curriculares durante esse período apresentavam o ensino da geometria através das transformações, levando os professores a desenvolverem insegurança ao ministrarem as aulas, pois não entendiam a proposta dos guias para o ensino desse campo matemático. Dessa forma o ensino da geometria nas aulas de matemática foi deixado de lado, sendo que os professores optaram peloensinoda álgebra em detrimento do ensino da geometria nas escolas brasileiras (PEREIRA, 2001). Esses reflexos são encontrados também nos livros didáticos que trazem a geometria desvinculada dos demais campos matemáticos, bem como no final, deixando a impressão de que é um estudo para o final do ano letivo.

Dentre as lacunas deixadas no ensino da geometria no Brasil a partir do MMM, Vianna (1988) aponta que a dedução foi apenas evidenciada pelos matemáticos e alguns alunos que tinham professores mais envolvidos no movimento, porém para a maior parte das pessoas envolvidas com a educação essa filosofia permaneceu oculta.

Pavanello (1989) relata que antes mesmo de se estabelecer o MMM no Brasil o ensino da geometria já apresentava problemas por parte dos conhecimentos do professor, a metodologia utilizada, a dificuldade de relacionar a geometria prática apontada para a escola elementar com a abordagem axiomática introduzida no ensino secundário, entre outros, entretanto ao sofrer a influência do MMM esses problemas ficaram ainda mais graves. A autora adverte ainda que o trabalho com a geometria por meio das transformações não era dominado pela grande maioria dos professores secundários, fazendo com que evitassem abordar a geometria, predominado assim o ensino da álgebra.

Gouvêa (1998, apud PEREIRA, 2001) corrobora com as ideias apresentadas anteriormente ao afirmar que o MMM acarretou o abandono do ensino da geometria por parte dos professores. Dessa forma aos poucos a geometria foi sendo deixada em último plano no currículo escolar, pois os professores não sabiam o que nem como ensiná-la, fugindo então do ensino dedutivo.

Passos (2000) também chama a atenção para o esquecimento do trabalho com a geometria a partir do MMM. Destacando ainda a submissão por parte dos professores ao livro didático, que pela dificuldade de abordar a geometria de forma teorica conduziu o ensino para a Teoria dos conjuntos, deixando a geometria praticamente de lado e enfatizando a álgebra.

Porém, a geometria é um rico campo de trabalho e seu estudo consiste um um rico campo de representações matemáticas, permitindo a partir da sua exploração a visualização e a significação de vários outros conhecimentos matemáticos, entre eles os relacionados à Álgebra, que podem ser desenvolvidos a partir da Geometria Analítica.

Os Registros de Representação Semiótica e o Ensino da Geometria

Hoje são muitas as pesquisas que envolvem os problemas relacionados ao processo de ensino e aprendizagem das geometrias. Sendo assim se faz importante entender o aspecto cognitivo referente à matemática, devido a complexidade do conhecimento geométrico.Essa abordagem se faz importante na medida em que os objetivos do ensino da matemática para os ensinos fundamental e médio não são de formar futuros matemáticos, muito menos de fornecer aos alunos instrumentos que talvez lhe sejam úteis apenas no futuro. O seu objetivo é o de contribuir para o desenvolvimento integral do aluno de suas capacidades de raciocínio, de análise e de visualização (DUVAL, 2010).

O que caracteriza a atividade matemática do ponto de vista cognitivo e a diferencia das demais ciências não deve ser procurado nos conceitos, mas na importância fundamental das representações semióticas[3]e na enorme variedade dessas representações que se apresentam na matemática como, por exemplo, os sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráficas e a língua natural. Duval (2010) faz uma paródia

[3] Produções constituídas pelo emprego de regras de sinais (enunciado em língua natural, fórmula algébrica, gráfico, figura geométrica...)(DUVAL 2009, p.15).

de Descartes ao falar de “registro” de representação. O autor designa no quadro abaixo os diferentes tipos de registros de representação

Quadro 2: Classificação dos diferentes registros

	REPRESENTAÇÃO DISCURSIVA	REPRESENTAÇÃO NÃO-DISCURSIVA
REGISTROS MULTIFUNCIONAIS (não-algoritmizáveis)	Língua Natural Associações verbais (conceituais) Forma de raciocinar: • argumentos a partir de observações, de crenças; • dedução válida a partir de definição ou de teoremas.	Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2 ou 3). • apreensão operatória e não somente perceptiva; • construção com instrumentos.
REGISTROS MONOFUNCIONAIS (algoritmizáveis)	Sistemas de escritas: • numéricas (binária, decimal, fracionária...); • algébricas; • simbólicas (línguas formais). Cálculo	Gráficos cartesiano. • mudanças de coordenadas; • interpolação, extrapolação.

Fonte: DUVAL, 2010, p. 14

Para o autor a especificidade do conhecimento matemático se dá pelo fato de ser possível mobilizar “ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2010, p.14).

Duval (2009) considera que as transformações dos registros têm duas classificações, tratamento e conversão. Sendo que no tratamento as transformações ficam num mesmo sistema semiótico, já na conversão muda o sistema, mas permanece a referência ao mesmo objeto, por exemplo, o tratamento algébrico dos elementos de uma reta. Ainda, é importante mencionar que, segundo o autor, não se pode confundir o objeto com sua representação, pois a compreensão da matemática só ocorre quando o aluno consegue fazer essa distinção.

Dessa maneira, um registro de representação é a forma como se representa um objeto matemático, um problema ou técnica. A ideia de registro seria o domínio dos sinais que são utilizados para designar um objeto qualquer, ou seja, um mapa representa um território, por exemplo, porém não é o território, assim como as figuras geométricas são representações gráficas, sendo que as representações têm duas características: a forma ou representação e o conteúdo-objeto representado (ALMOULOUD, 1997, apud MARIANO, 2004).

Para Duval (1995, apud ALMOULOUD, 2010) a geometria envolve três aspectos cognitivos com funções epistemológicas específicas:

> *visualização* para a exploração heurística de uma situação complexa;
> *construção*de configurações, que pode ser trabalhada como um modelo, em que as ações realizadas representadas e os resultados observados são ligados aos objetos matemáticos representados;
> *raciocínio*, que é o processo que conduz para a prova e a explicação; (p. 126)

Esses tipos de processos cognitivos se fazem necessários para o professor ensinar a geometria. A heurística dos problemas de geometria se refere “a um registro espacial que dá lugar a formas de interpretações autônomas”, classificadas em quatro formas de significação (DUVAL 1995, apud,ALMOULOUD, 2010, p. 126).

A primeira forma é a sequencial, “solicitada nas tarefas de construção ou de descrição com objetivo de reproduzir uma figura”. A segunda forma citada pelo autor é a perceptiva que envolve “a interpretação das formas da figura em uma situação geométrica”. As formas de apreensão em geometria ainda englobam a discursiva, ou seja, “a interpretação dos elementos da figura geométrica, privilegiando a articulação dos enunciados, levando em consideração a rede semântica de propriedades do objeto”, e a forma operatória que segundo o autor, é “centrada nas modificações possíveis de uma figura de partida e na reorganização perceptiva que essas modificações sugerem” (ALMOULOUD, 2010, p. 127).

Nesse contexto a maior parte dos problemas de ensino e aprendizagem em matemática se deve ao fato de que a coordenação dos registros de representação e seu tratamento não se operam de forma espontânea. Além disso, a utilização do suporte visual é pouco explorada nas situações de ensino, apesar das figuras formarem “um suporte intuitivo importante nos passos da demonstração em geometria” (ALMOULOUD, 2010, p. 130).

Outro problema relacionado ao ensino da geometria se refere ao fato de que as demonstrações dos objetos matemáticos são muitas vezes desvinculadas dos registros de representação. Somando-se a esses fatores está a grande dificuldade do aluno em interpretar textos matemáticos, não sendo capazes de selecionar as principais informações contidas nas situações-problemas e relacioná-las a fim de encontrar a sua solução, talvez esses problemas decorram da utilização apenas do livro didático para explorar a geometria, pois a maioria não apresentam questões de interpretação desses textos, ou seja, as definições, teoremas, situações problemas entre outros (ALMOULOUD, 2010).

Algumas Considerações

A partir das discussões apresentadas podemos realizar alguns apontamentos importantes na busca de uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem da geometria. O primeiro deles é a compreensão por parte do professor de que o conhecimento matemático, até sua chegada na sala de aula, sofreu diversas transformações e rupturas ao longo dos tempos. Dessa maneira se faz necessário entender que um erro ou a não validade de um determinado conceito para a solução de problemas matemáticos consistem em rupturas necessárias para a evolução dos conhecimentos, e é isso de fato o que aprimora o processo de ensino e valida a necessidade de se conhecer os diversos campos que constituem a matemática.

Nesse processo se apresenta como de importância relevante o trabalho a partir das várias representações do objeto matemático, pelo fato do mesmo se apresentar de forma abstrata e sua apreensão ser possível somente a partir do uso de representações. Além disso,se faz importante a coordenação entre os diversos registros de representação para que ocorra a aprendizagem significativa.

As discussões apresentadas acima são o ponto de partida para uma pesquisa mais ampla, na qual estou me dedicando, a fim de entender o desenvolvimento do ensino da geometria em sala de aula, a luz da teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica, visando observar e apontar os limites e as potencialidades do planejamento e da ação docente para ensinar esse campo do conhecimento matemático, de forma mais específica no que se refere ao ensino da Geometria Analítica. Buscando por meio dessa pesquisa, trazer contribuições para o campo da pesquisa em Educação Matemática e para os docentes dessa área.

Referências

ALMOULOUD, S. Ag. **Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos.** IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica- Campinas, São Paulo. Papirus, pp. 125-148. 2010.

BACHELARD, G.A Formação do Espírito Científico: Contribuição para uma Psicanálise do Conhecimento. Tradução: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro: Contraponto, 5ª reimpressão 2005.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, **Guia do livro didático de Matemática**. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Políticas de Formação, Materiais Didáticos e de Tecnologias para Educação Básica Coordenação-Geral de Materiais Didáticos. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação – FNDE. Brasília. 2011. 108 p.

DUVAL,R. **Registros de Representação Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. IN: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.). Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica- Campinas, São Paulo. Papirus, pp. 11-33. 2010.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano** Registros semióticos e aprendizagens intelectuais- Tradutores- Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira- São Paulo. Livraria da Física, 2009.

MARIANO, V. (2004) **Estudo de fatores restritivos para um bom desempenho dos alunos concluintes do Ensino Médio nos exames ENEM, em Geometria**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUCSP. São Paulo. SP. 128 p.

MIGUEL, A (2004). Contribuição crítica à discussão acerca da participação da história e da epistemologia da matemática na investigação em educação matemática. **Revista Horizontes,** Bragança Paulista, v. 22, n. 1, p. 71-107, jan./jun. 2004.

PASSOS, C.L.B. (2000)**Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na sala de aula**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) UNICAMP, Campinas/SP. 398 p.

PAVANELO, M. R. (1989) **O abandono do ensino de Geometria: Uma visão histórica**. Dissertação (Mestrado em Educação: Metodologia do Ensino) Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas/SP.201 p.

PEREIRA, M.R de O. (2001) **A Geometria escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono do seu ensino.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUCSP. São Paulo/SP. 84p.

PIRES, C.M.C. **Currículos de Matemática: da Organização Linear à Idéia de Rede**. São Paulo: FTD. 2000.

SETTI M. DE O. G, CIFUENTES, J.C (2003). **Representação Semiótica e Obstáculos Epistemológicos no Raciocínio Algorítmico-Computacional.** Disponível em: <http://cibem6.ulagos.cl/ponencias/COMUNICACIONES/mariangelaGomezSetti/ArtigoCIBEM_2710.doc>.

VIANNA, C.C de S. (1988) O papel do raciocínio dedutivo no ensino da matemática. Dissertação de Mestrado. Rio Claro/SP IBCE-UNESP. 127 p.