



## REFLEXÕES SOBRE O ENSINO DA GEOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS À LUZ DA TEORIA DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS SEGUNDO RAYMOND DUVAL

Gabriela Teixeira Kluppel - UEPG

Célia Finck Brandt - UEPG

CAPES

**Resumo:** A presente pesquisa apresenta uma análise do conteúdo de Geometria de livros didáticos de Matemática. Os objetivos da pesquisa foram: explicitar as especificidades da Teoria de Representações Semióticas, segundo Raymond Duval, no tocante à Geometria, e desvelar em que medida essas especificidades são contempladas nos livros didáticos analisados. Como fundamentação teórica, utilizamos as contribuições de Raymond Duval (2003, 2004). A pesquisa envolveu a análise de livros didáticos do período de 2002 a 2009, e os procedimentos de coleta e análise dos dados foram subsidiados pela análise de conteúdo de Bardin (2010). Os resultados da pesquisa indicam que os livros didáticos apresentam lacunas em relação a aspectos da teoria de Raymond Duval. Isso acontece no que concerne às possibilidades para o desenvolvimento de propostas para o ensino, considerando: as interações e as articulações entre registros figurais e discursos; as modificações mereológicas ou visuais; e a variação sistemática de fatores de visibilidade.

**Palavras-chave:** Geometria. Livro Didático. Representações Semióticas.

### Introdução

Uma das principais funções desempenhadas pelo livro didático é orientar os professores na preparação das aulas pois, segundo Pavão (2011) existe, por parte dos professores, falta de tempo, de condições financeiras, de formação para utilizarem outros materiais de pesquisa e a falta de atualização em relação a seu campo profissional, de modo a,

[...] contribuir para que o professor organize sua prática e forneça sugestões de aprofundamento das concepções pedagógicas desenvolvidas na escola. O livro deve oferecer uma orientação para que o professor busque, de forma autônoma, outras fontes e experiências para complementar seu trabalho. Deve garantir ao professor liberdade de escolha e espaço para que ele possa agregar ao seu trabalho outros instrumentos. E o professor não pode se transformar em refém do livro, imaginando encontrar ali todo o saber verdadeiro e a narrativa e ideal. (p.4).

O livro didático é uma fonte de pesquisa rica para a elaboração de conjecturas a respeito do tipo de ensino a ser desenvolvido, afirma Lauro (2007).

Imenes (1989, p. 65) ressalta que o livro didático “constitui-se em referencial indispensável para quem deseja saber como a matemática chega à sala de aula.”

A presente pesquisa voltou-se para a análise da forma de abordagem dos conteúdos de Geometria dos livros didáticos de Matemática da Educação Básica (6º a 9º ano do Ensino Fundamental), no período de 2002 a 2009, subsidiada pela Teoria de Representações Semióticas de Raymond Duval (2003, 2004) no tocante à Geometria.

A pesquisa teve por objetivos explicitar as especificidades da Teoria de Representações Semióticas, segundo Raymond Duval, no tocante à Geometria e desvelar em que medida essas especificidades são contempladas nos livros didáticos analisados.

A questão central que procuramos responder foi: “A forma de organização do conteúdo de Geometria presente nos livros didáticos, relativa ao processo de ensino, contempla aspectos da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval, relativos à Geometria? Para responder a essa questão, precisamos saber: quais são as especificidades da atividade Matemática em Geometria segundo a Teoria de Representações Semióticas de Raymond Duval?”

A escolha da Geometria deve-se ao fato de que seu estudo, de acordo com os PCN<sup>1</sup> de Matemática, possibilita ao aluno ver e compreender as formas e desenvolver o raciocínio e a compreensão do espaço visto que a Geometria “parte do mundo sensível e o estrutura no mundo geométrico — dos volumes, das superfícies, das linhas e dos pontos”. (BRASIL, 1997, p. 81).

De acordo com os PCN de 1997, Passa-se de um mundo sensível ao mundo geométrico,

[...] multiplicando suas experiências sobre os objetos do espaço em que vive [...] a construir uma rede de conhecimentos relativos à localização, à orientação, que lhe permitirá penetrar no domínio da representação dos objetos e, assim, distanciar-se do espaço sensorial ou físico.

É o aspecto experimental que colocará em relação esses dois espaços: o sensível e o geométrico. De um lado, a experimentação permite agir, antecipar, ver, explicar o que se passa no espaço sensível, e, de outro, possibilita o trabalho sobre as representações dos objetos do espaço geométrico e, assim, desprender-se da manipulação dos objetos reais para raciocinar sobre representações mentais. (BRASIL, 1997, p.81-82).

---

<sup>1</sup> Nos PCN a Geometria é caracterizada por estudar o Espaço e a Forma.

Essa maneira de descrever a Geometria encontra-se, em parte, na caracterização da Geometria como disciplina, apresentada por Pavanello e Franco (2007), que pode ser encarada como uma ferramenta que descreve e interage com o espaço em que vivemos e ser vista como uma parte da matemática mais intuitiva, concreta e ligada à realidade.

A Geometria contribui para que o indivíduo possa “intuir, conjecturar, descobrir, projetar, representar quando lida com as formas e o espaço, aprimora a percepção espacial, favorece a compreensão e produção de desenhos, esquemas, mapas, gráficos, etc.” (SANTOS, 2007, p. 3).

A importância da Geometria no desenvolvimento dessas competências é também ressaltada por Toledo e Toledo (1997, p.221), ao afirmarem que, antes mesmo do domínio da linguagem usual, a criança deve explorar e construir interpretações pessoais do espaço que a rodeia e das formas nele presentes. Isso porque as primeiras propriedades observadas e compreendidas são aquelas de natureza topológica, isto é, ligadas à sua localização e aos objetos em geral, no espaço.

A Geometria é um campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para a formação dos alunos, pois, contribui para o desenvolvimento de um raciocínio geométrico e de habilidades, em especial, a capacidade de discriminação de formas e a manipulação destas.

No entanto, alguns fatores provocaram certo abandono do campo geométrico nos programas escolares. Estudos referentes ao desenvolvimento do ensino da Geometria no Brasil, desenvolvidos por Pavanello (1993), Perez (1995), Passos (2000), Pereira (2001), entre outros autores, apontam a existência deste abandono.

Buscando o retorno desse campo de conhecimento reconhecido e de inquestionável importância para a formação dos alunos, diversas experiências começam a ser divulgadas a partir da década de 70, todas com o objetivo comum de resgatar o ensino de Geometria.

A necessidade da volta da Geometria no ensino da Matemática é compartilhada entre os educadores matemáticos; no entanto, não existe um consenso quanto a propostas eficientes voltadas para o seu ensino, tanto nas salas de aula do ensino regular quanto nos cursos de formação inicial e continuada de professores que a ensinarão (em curso de Licenciatura em Matemática e em Cursos de Licenciatura em Pedagogia).

Por buscar contribuição para a superação das dificuldades no processo de ensino da Geometria, e como consequência no processo de aprendizagem dos alunos, essa pesquisa tem volta-se para a análise do conteúdo de Geometria presente nos livros didáticos de Matemática, à luz da Teoria de Representações Semióticas visto que uma alternativa para a efetivação da

aprendizagem dos alunos em Matemática advém do modelo de funcionamento cognitivo de pensamento, relacionado a registros de representações semióticas e à necessidade de utilização de diversos registros de representação para o mesmo objeto matemático.

As representações semióticas são os gráficos, os diagramas, os esquemas, as figuras geométricas, os variados tipos de escritura para os números, escrituras algébricas, para expressar relações e operações, entre outros e elas não significam apenas o meio de que o indivíduo dispõe para exteriorizar suas representações mentais para fins de comunicação, ou seja, tornarem visíveis ou acessíveis ao outro. Mais do que isso, as representações semióticas são essenciais para a atividade cognitiva do pensamento e para que elas possam constituir um registro de representação, elas devem permitir as três atividades cognitivas fundamentais: a formação, o tratamento e a conversão.

A formação implica na seleção do conjunto de caracteres e determinações que queremos representar, seja para “expressar” uma representação mental, seja para “evocar” um objeto real. O tratamento é a transformação dessa representação no próprio registro em que ela foi formada. É uma transformação interna a um registro e mobiliza então um sistema semiótico de representação. A conversão é a transformação desta representação em uma representação em outro sistema semiótico conservando a totalidade ou parte do objeto em questão. A conversão é uma transformação que faz passar de um registro a outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. Segundo Duval (2004) a compreensão do objeto matemático, está diretamente ligada à capacidade de coordenação de, ao menos, dois registros de representação, e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva de conversão.

Na conversão se conserva a referência ao mesmo objeto, mas não se conserva a explicitação das mesmas propriedades deste objeto, ou seja, o conteúdo da representação é diferente.

Em relação à Geometria, Duval (2003) afirma que sua aprendizagem envolve uma atividade cognitiva específica que não está ligada a uma situação de interação social, nem subordinada a um jogo de pressões internas de um objeto.

Com efeito, na figura nem sempre é fácil “ver” as relações ou as propriedades relativas às hipóteses dadas que correspondem à solução desejada. Isso significa que as figuras podem impor resistências à aprendizagem, pois são subjacentes a fatores próprios da representação figural.

“É em função destes fatores que se pode analisar o grau do potencial heurístico de uma figura e que se pode organizar um ensino centrado na utilização heurística das figuras”. (PADILLA, 1992 apud DUVAL, 2004, p. 162, tradução nossa).

A Geometria exige um modo de processamento cognitivo autônomo, com características específicas, em relação a qualquer outra forma de funcionamento do raciocínio. Requer a utilização de registros figurais para designar as figuras e suas propriedades e registros em língua natural para enunciar definições, teoremas, hipóteses.

Para Duval (2004) a atividade cognitiva que a Geometria requer é mais exigente que as outras áreas de conhecimento, pois exige que os tratamentos discursivos e os tratamentos figurais sejam efetuados de maneira simultânea e de maneira interativa. Segundo o autor deve haver,

[...] uma interação entre os tratamentos figurais que por abdução guiam a abordagem heurística, e os tratamentos discursivos que por dedução constituem a abordagem baseada nos objetos representados na figura. Naturalmente, esta interação pode ser bloqueada por fenômenos importantes de não congruência nas múltiplas idas e vindas que requerem a mobilização simultânea destes registros. (DUVAL, 2004, p. 168, tradução nossa).

Duval (2004, p. 172, tradução nossa) ressalta ainda que,

[...] um dos maiores problemas no ensino da matemática é que a coordenação necessária entre os tratamentos figurais e os tratamentos discursivos só acontece em pouquíssimos alunos, inclusive depois de muitos anos de educação básica e média.

No ensino da Geometria os tratamentos não são de mesma natureza dos tratamentos matemáticos. Esses são específicos para não caracterizar heurísticamente as figuras como acessórios, afirma Duval (2004).

A necessidade de coordenação entre os tratamentos em dois registros (figurais e discursivos) contrariam o que se pratica espontaneamente. E ainda, exige uma aprendizagem separada das operações demandadas em cada um destes registros, constituindo desta forma, as condições necessárias para a aprendizagem da Geometria.

Duval (2004) afirma que os conceitos não ocupam o primeiro lugar entre as principais fontes de dificuldades na aprendizagem da Geometria. Segundo o autor o que dificulta a aprendizagem da Geometria, é a proximidade entre tratamentos relevantes e irrelevantes dentro de um mesmo registro, e a falta de coordenação entre tratamentos que provem de diferentes registros.

As condições prévias para a descrição dos tratamentos<sup>2</sup> pertinentes ao registro das figuras geométricas exige uma análise semiótica para a determinação de unidades de base constituintes deste registro, das possibilidades de articulação das figuras e da modificação das figuras obtidas. (DUVAL, 2004).

Esses tratamentos quando realizados de maneira inconsciente, permitem que a figura cumpra sua função heurística. A descrição desses tratamentos é importante para o ensino, pois a maioria dos alunos não consegue dominá-los sem uma aprendizagem específica.

Destacamos alguns pontos principais que segundo Duval (2004) permitem que a aprendizagem da Geometria ocorra de maneira específica:

- as unidades figurais levadas em consideração na resolução de um problema devem ser as diretamente visíveis ou designadas no enunciado;
- deve ocorrer significação a certas unidades figurais e de algumas relações figurais para representar uma situação geométrica;
- a resolução do exercício proposto não deve implicar em nenhuma troca de dimensão na sequência de sub-figuras;
- o exercício proposto deve ter lugar em uma série organizada em função de uma variação sistemática dos fatores de visibilidade que facilite a apreensão operatória;
- deve ocorrer reconfiguração das figuras geométricas: modificações mereológicas e modificações óticas;
- as unidades de base constituintes dos registros, a articulação das figuras e as modificações das figuras (óticas ou posicionais) devem ser levadas em consideração;
- Tratamentos figurais e discursivos devem ser efetuados de maneira simultânea e interativa;
- deve ocorrer a articulação entre figura e discurso: raciocínio dedutivo de maneira local ou global;
- devem ocorrer mudanças de dimensão ao passar de uma representação figural dos objetos representados ao discurso;
- deve haver congruência semântica entre o que mostra uma sequência de sub-figuras e o registro discursivo (objetos aos quais se referem as definições e os teoremas que devem ser utilizados para chegar a solução matemática do problema devido a heterogeneidade dimensional das unidades figurais);

---

<sup>2</sup> Segundo o autor, cabe ao processo de ensino a aprendizagem específica desses tratamentos, que não ocorrerão de forma natural e são importantes para que a sua execução seja feita de forma consciente, permitindo que as figuras cumpram sua função heurística.

- a resolução do exercício proposto não deve implicar nenhum recurso de raciocínio que exigiriam a utilização de definições ou de teoremas.

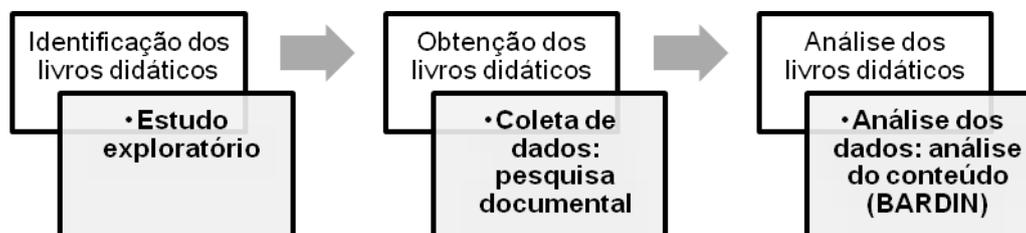
### Procedimentos Metodológicos

A pesquisa aqui relatada corresponde a um estudo descritivo do tipo exploratório, com abordagem qualitativa. Para realizá-la foram necessárias algumas escolhas a fim de delimitar quais livros didáticos e em qual nível de ensino esta investigação seria realizada, bem como, os conteúdos a explorar.

A primeira escolha referiu-se a quais livros didáticos analisar. Diante do fato de o livro *Sémiosis et pensée humaine*, no qual Raymond Duval apresenta os aspectos da Teoria das Representações Sociais ter sido publicado no ano 1995, optamos por analisar livros didáticos posteriores a essa data. Outro fator que levamos em consideração, foi o fato de os Parâmetros Curriculares nacionais (PCN) de Matemática terem sido publicados no ano de 1998, o que nos levou também à opção por analisar livros didáticos posteriores a esta data. Assim, escolhemos livros didáticos do 6º. ao 9º. ano, aprovados pelo Plano Nacional de Livros Didáticos (PNLD) do ano de 2002 ao ano de 2010.

De uma forma simplificada, pode-se afirmar que o estudo constituiu-se conforme as etapas descritas pela Figura 1. No entanto, a que se ressaltar que apesar dessa separação, as etapas ocorreram muitas vezes simultaneamente e foram constantemente sendo reelaboradas, durante o processo de pesquisa.

Figura 1 – Organograma das atividades desenvolvidas



Fonte: A autora

Realizado este estudo, durante o período de agosto a setembro de 2010, identificamos e tabulamos as características dos livros didáticos, o ano de publicação, título, autor, série e grau de ensino dos livros didáticos presentes no NIEM. Com essa tabulação, reunimos cinco coleções de livros, a saber:

1. BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002. (Foram analisados os quatro livros da coleção: 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> série). Ano e aqui 5<sup>a</sup>. e 6<sup>a</sup>. série.<sup>3</sup>
2. CAVALCANTE, L. G.; SOSSO, J.; VIEIRA, F.; POLI, E. **Para saber Matemática**. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2006. (Foram analisados os quatro livros da coleção 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> série).
3. CENTURIÓN, M. R.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C. T. **NOVO Matemática na medida certa**. 10. ed. São Paulo: Scipione, 2003. (Foram analisados os quatro livros da coleção 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> série).
4. GIOVANNI J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR., J. R. **A conquista da matemática: a + nova**. São Paulo: FDT, 2002. (foram analisados os quatro livros da coleção 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> série).
5. RIBEIRO, J. S. **Projeto radix: matemática**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2009. (foram analisados os quatro livros da coleção 6<sup>o</sup>, 7<sup>o</sup>, 8<sup>o</sup> e 9<sup>o</sup> ano).

Definidos os livros didáticos a serem explorados, passamos para a definição precisa dos conteúdos de geometria que seriam analisados. Com base na Teoria de Representações Semióticas dividimos os conteúdos em três classes: uma classe contendo conteúdos referentes a figuras geométricas de dimensão 0 e 1, outra classe contendo conteúdos referentes a figuras geométricas de dimensão 2 e outra classe contendo conteúdos referentes a figuras geométricas de dimensão 3.

Os conteúdos referentes a figuras geométricas de dimensão 2 estão presentes em qualquer ano do Ensino Fundamental, em qualquer uma das coleções escolhidas e têm relação com os conteúdos mencionados acima, optamos assim por analisar as definições, as demonstrações e os exercícios, apenas dos conteúdos relacionados a figuras geométricas de dimensão 2.

Definidos os conteúdos a serem analisados retiramos do corpus da pesquisa os conteúdos dos livros didáticos que apresentavam conteúdos relacionados a figuras geométricas de dimensão 0,1 e 3.

Selecionados os livros didáticos e os conteúdos a serem analisados, passamos para a terceira etapa da pesquisa: a análise do conteúdo.

A análise de conteúdo constitui,

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objectivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos

---

<sup>3</sup> 5<sup>a</sup>, 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries correspondem a 6<sup>a</sup>, 7<sup>a</sup>, 8<sup>a</sup> e 9<sup>a</sup> anos.

relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens. (BARDIN, 2010, p. 44).

Essa opção metodológica viabilizou a obtenção de indicadores qualitativos referentes à organização do conteúdo explorado nos livros didáticos de Matemática, objetivo de nossa pesquisa. Com essa abordagem utilizamos um enfoque diferenciado, por meio de análises descritivas, incidindo sobre os sentidos que emergem na leitura dos livros didáticos, produzindo interpretações e explicitações (significados) sobre o conteúdo analisado.

A análise de conteúdo possui três pólos cronológicos, segundo Bardin (2010): a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação. Para a autora a **pré-análise** é a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período operacional, de sistematização das ideias iniciais, de maneira a conduzir as operações sucessivas, no plano de análise. A pré-análise tem três objetivos: a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração dos indicadores que fundamentam a interpretação final. A **exploração do material**, segundo a autora, consiste essencialmente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente formuladas.

Na fase de **tratamento dos resultados obtidos e interpretação**, os resultados são tratados de maneira a serem significativos e válidos. Operações estatísticas simples ou mais complexas permitem estabelecer quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise. Com os resultados significativos e fiéis, são propostas as inferências e adiantadas as interpretações, a propósito dos objetivos previstos, ou que digam respeito a outras descobertas inesperadas, conforme afirma Bardin (2010).

Diante do proposto pela referida autora na pré-análise foram feitas leituras na íntegra, sem a realização de análises dos documentos coletados: livros didáticos. Em seguida, foram selecionadas as unidades de análise, de acordo com a delimitação do objeto deste trabalho: conteúdo de Geometria dos livros didáticos do 6º. ao 9º. ano do Ensino Fundamental relacionados a figuras geométricas de dimensão 2, conforme justificado anteriormente.

Na exploração do material selecionado foram lidos os textos novamente (agora com o olhar voltado aos conteúdos delimitados) e realizados recortes das partes consideradas mais importantes que, posteriormente, foram relidos até o estabelecimento de agrupamentos (divergências e convergências) segundo as relações de aproximação e distanciamento entre os conteúdos.

No tratamento dos resultados e interpretações, definidas as categorias, foi realizada a análise em conjunto dos dados e apresentadas as conclusões sobre as informações acerca dos dados empíricos, norteados pelo quadro referencial, na qual são estabelecidas relações e aprofundadas as conexões das ideias.

Para análise do conteúdo de Geometria dos livros didáticos foram elencadas cinco categorias de análise extraídas da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval, no tocante à Geometria. Foram definidas as categorias a serem analisadas, conforme uma abordagem, cognitiva nas definições, demonstrações e exercícios. O Quadro 1 apresenta essas categorias seguidas de uma breve descrição.

Quadro 1– Categorias de análise.

<b>Categorias</b>	<b>Descrição</b>
Tratamento figural e tratamento discursivo.	Identificação da interação e simultaneidade dos tratamentos figurais e discursivos.
Unidades de base constituintes dos registros.	Identificação das unidades de dimensão 0, 1 e 2.
Articulação entre registro discursivo e figural (congruência semântica ou não).	Identificação de mudança de dimensão ao converter um registro figural em discursivo ou vice-versa.
Modificação e apreensão operatória das modificações das figuras: mereológicas ou óticas.	Modificações das figuras tanto das partes com o todo (mereológicas) como as óticas (visuais ou posicionais)
Resolução de exercícios.	Utilização de definições ou teoremas, troca de dimensão, organização em função de uma variação sistemática de fatores de visibilidade.

Fonte: A autora.

A análise dos conteúdos dos livros didáticos foi realizada levando-se em conta os fenômenos intrínsecos aos registros de representação que influenciam no ensino da Geometria. Além disso, a partir das análises, apresentamos sugestões de alterações nos exercícios, nas demonstrações e nas definições, de modo a destacar aspectos relevantes na teoria de Raymond Duval, que levariam a tais modificações, sem a pretensão de categorizar os conteúdos em certos ou errados.

## **Análise, Resultados e Discussões**

Num primeiro momento, antes de realizar as análises dos dados, vamos destacar a forma de apresentação do conteúdo de Geometria nas cinco coleções de livros didáticos selecionadas. As coleções não apresentam o conteúdo de Geometria no fim dos livros didáticos.

Na coleção “Matemática hoje é feita assim”, as definições são apresentadas em forma de histórias infantis (diálogos) seguidas de atividades. Nas coleções “A conquista da matemática”, “Matemática na medida certa”, “Para saber Matemática” e “Projeto Radix: Matemática”, o conteúdo é organizado de forma a, primeiramente, apresentar as definições e, em seguida, os exercícios ou atividades. Nas cinco coleções, poucas vezes são apresentadas demonstrações.

*Análise do conteúdo de Geometria presente no livro didático à luz da Teoria de Representações Semióticas.*

Duval (2004) afirma que os tratamentos discursivos e os tratamentos figurais devem ser utilizados de maneira simultânea e de maneira interativa. No exemplo a seguir, figura 2, observa-se a não realização dessa interação, pois é apresentado apenas o registro discursivo, diminuindo o potencial heurístico em relação à aprendizagem do aluno:

Figura 2– Exemplo de definição de triângulo



Fonte: Bigode (2002, 5ª série, p. 177,).

Apesar da explicitação no diálogo das características de um triângulo, falta a presença da figura para interagir com o discurso apresentado nesse diálogo. Essa explicitação poderia ser feita apresentando a figura no pensamento do professor ou solicitando o registro do polígono em forma de desenho pelo aluno.

Esse mesmo fato ocorre nas definições dos polígonos, pois os tratamentos figurais não são apresentados simultaneamente aos tratamentos discursivos.

Figura 3– Exemplo de definição de polígonos

Número de lados	Nome do polígono
3	Triângulo
4	Quadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
12	Dodecágono

Fonte: Bigode (2002, 5ª série, p. 130)

Quando os tratamentos figurais e discursivos interagem, a possibilidade de discriminação das unidades de base constituintes, importantes para a operação cognitiva de conversão, se impõe e, como consequência, as variações necessárias para as conversões também.

Essa falta de interação não acontece no exemplo apresentado na figura 4. Além do mais, existe um tratamento discursivo que evidencia o prefixo da palavra que nomeia o polígono. Esse tratamento contribui heurísticamente para o reconhecimento das figuras. No entanto, falta um tratamento para as figuras apresentadas, pois não estão evidenciados os ângulos internos e o número de vértices.

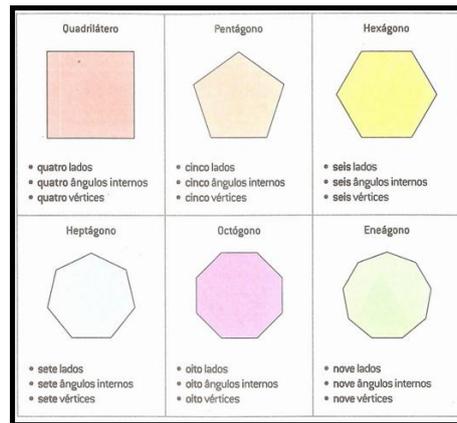
Figura 4 – Exemplo de definição de polígonos

Polígono	Número de lados do polígono	Nome do polígono	
	3	triângulo	tri = três
	4	quadrilátero	quadri = quatro
	5	pentágono	penta = cinco
	6	hexágono	hexa = seis
	7	heptágono	hepta = sete
	8	octógono	octo = oito
	9	eneágono	enea = nove
	10	decágono	deca = dez

Fonte: Giovanni et al. (2002, 7ª série, p.219)

Duval (2004) afirma que o discurso não deve só articular expressões que cumprem uma função referencial, como os nomes em posição de sujeito, mas também unidades que têm valor lógico epistêmico, como as proposições. Na figura 5, o discurso não cumpre apenas a função referencial.

Figura 5 – Exemplo de definição de polígonos.



Fonte: Ribeiro (2009, p.187, 6º ano)

De acordo com Duval (2004) função de expansão discursiva do discurso permite a articulação de enunciados completos (construídos graças à função apofântica) numa unidade coerente. O tratamento dado ao discurso, nesse caso, possibilita que o aluno construa os seguintes enunciados: quadrilátero é um polígono de quatro lados, quatro ângulos internos e quatro vértices. Ao interagir com o tratamento figural, manifesta-se a reflexividade discursiva (transformação potencialmente recorrente de um enunciado completo) da palavra polígono como sendo uma figura não aberta e de lados retilíneos. Além da interação entre os tratamentos figurais e discursivos, são utilizadas dimensões diferentes para designar o objeto.

Em certas definições, utiliza-se no registro figural dimensão 2, no registro discursivo destaca-se a função referencial de designação dos objetos, também de dimensão 2. No entanto, o tratamento discursivo permite que se evidencie a função de expansão discursiva para se referir às medidas dos lados (que são de dimensão 1), dos ângulos (de dimensão 2) e do número de vértices (de dimensão 0). Isso implica em não congruência dimensional e, segundo Duval (2004), em saltos na percepção da figura.

As definições apresentadas em livros didáticos precisam cumprir as quatro funções no tratamento do discurso e interagir com os tratamentos figurais para permitir na resolução de exercícios e demonstrações de teoremas a utilização de operações discursivas: descrição, explicação, narração e raciocínio. Considera-se que a não congruência dimensional tem que ser explorada para aumentar a percepção das figuras. Uma boa complementação para a percepção de figuras poderá ser a apresentação de figuras para serem apalpadas sem serem visualizadas, pois contribui para a intuição espacial que, segundo Piaget e Inhelder (1993) citados por Scortegagna (2008, p. 39), vai,

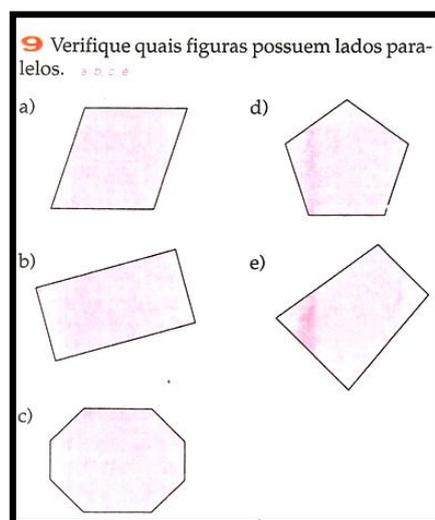
[...] causar efeitos nos sujeitos e esses efeitos estão situados, [...] no [...] domínio limite entre a percepção e a imagem [...] provocando reações que permitirão

compreender como o sujeito traduz uma percepção tátil-cinestésica em uma percepção visual denominada percepção estereognóstica e como ele constrói uma imagem visual que expresse esses dados táteis.

Em se tratando das questões de natureza cognitiva, a interação apresentada para apresentação das definições dos polígonos não garante a percepção das figuras e seu reconhecimento por meio das palavras que as designam. Essa forma de apresentação tem que ser complementada para não caracterizar uma visão cognitiva baseada no empirismo que significa mostrar a figura e falar sobre ela como sendo suficiente para o aluno apreendê-la operatoricamente. Além do aumento da percepção a atividade de manipulação sugerida ainda propõe a operação cognitiva de conversão por compreender as variações das unidades de base e as modificações da figura.

Nos exercícios essa falta de interação também ocorre como podemos observar no exemplo a seguir que apresenta apenas a figura. Segundo Duval (2004) a figura representa uma situação geométrica só na medida em que as significações de certas unidades figurais e algumas de suas relações estão explicitamente definidas de entrada. A figura não diz nada por si só de suas características se não for acompanhada do discurso. Nada pode se afirmar no exercício apresentado na figura 6, pois não são apresentadas relações definidas de entrada.

Figura 6 – Exemplo de exercício de propriedades de polígonos



Fonte: Giovanni et al. (2002, p. 138, 5ª série)

No exercício em questão, deveriam existir informações pertinentes para permitir a resolução do exercício. Em alguns casos essas informações poderiam ser relativas às medidas, em outros, aos ângulos. A medida dos ângulos vai exigir o conhecimento relacionado ao

Teorema de Tales. Outra forma de resolução do exercício seria encaminhar para uma decomposição mereológica a fim de aumentar o potencial heurístico e não necessitar de teoremas ou propriedades.

Essa forma de propor o exercício vai contra ao que afirma Duval sobre a não exigência de teoremas ou definições como recurso de raciocínio para a sua resolução. Por essa razão a decomposição mereológica, isto é, a reconfiguração, atende a exigência de natureza cognitiva de não mudança de dimensão. Além disso, essa reconfiguração estaria contribuindo para a conduta de abdução ao propor variações sistemáticas dos fatores de visibilidade e, portanto, de uma apreensão operatória da figura.

### **Considerações Finais**

O que fizemos neste estudo foi apenas um início para novas pesquisas nesta área, pois há muito ainda que saber sobre o que foi proposto investigar.

Sabe-se, com base nos apontamentos de Silva (2000) citada por Lauro (2007), que é possível, pela análise dos livros didáticos, conhecermos muito sobre o ensino ministrado e sobre as concepções de Matemática. Por meio de sua análise, é possível saber um pouco mais a respeito do tipo de conhecimento que foi proposto aos alunos das escolas. O livro didático “constitui-se em referencial indispensável para quem deseja saber como a matemática chega à sala de aula.” (IMENES, 1989, p. 65).

Sem esquecer que o livro didático é utilizado pelo professor e que a ação docente tem fundamental importância neste processo, que compreende desde a escolha do livro até a forma de sua utilização em sala de aula. Por essa razão, “é necessária uma formação adequada ao professor para que este possa utilizá-lo a partir de seu planejamento e ao longo da construção de sua prática, e não como o seu planejamento e a sua prática”. (GALATTI, 2006, 82)

Por essa razão, a autora afirma que o livro deve oferecer uma orientação para que o professor busque, de forma autônoma, outras fontes e experiências para complementar seu trabalho. Deve garantir ao professor liberdade de escolha e espaço para que ele possa agregar ao seu trabalho outros instrumentos. O professor não pode se transformar refém do livro, imaginando encontrar ali todo o saber verdadeiro e a narrativa ideal. (PAVÃO, 2011)

Em relação à afirmação de Pavão (2011), sugerimos que a proposta de Raymond Duval pode ser uma opção para esse aprofundamento, em se tratando da dimensão cognitiva da prática educativa.

O presente estudo apresentou a importância da Teoria de Representações Semióticas, segundo Duval (2003, 2004), para uma efetiva compreensão dos objetos geométricos. Para que isso aconteça, é necessário que o aluno consiga coordenar diversos tipos de registros de representação semiótica de forma espontânea e utilizar o registro mais econômico para a resolução de uma determinada tarefa. Há que se considerar, no entanto, que o fato de um aluno utilizar o registro mais econômico na resolução de uma tarefa, não significa que ele realmente coordenou os demais registros e compreendeu o objeto matemático em estudo.

O estudo por nós desenvolvido apontou que a Geometria analisada nos livros didáticos, apresenta lacunas em relação a aspectos da teoria de Raymond Duval. Isso acontece no que concerne às possibilidades para o desenvolvimento de propostas para o ensino, considerando: as interações entre tratamentos figurais e discursivos; a articulação entre registro figural e discurso para minimizar o fenômeno da não congruência semântica (possibilitada por orientações para apresentação de definições, resolução de exercícios e demonstração de teoremas); as modificações mereológicas ou visuais responsáveis pela apreensão operatória das figuras; a resolução de exercícios, que exige a organização em função de uma variação sistemática de fatores de visibilidade para facilitar não a utilização de definições ou teoremas.

Esse estudo abre caminhos para outras investigações sobre outros conteúdos da disciplina de Matemática, dentre os quais a álgebra, a aritmética, grandezas e medidas, tratamento de informações e probabilidade, à luz da Teoria de Representações Semióticas segundo Raymond Duval.

Acreditamos ter contribuído para a organização do processo de ensino pelos professores com a utilização de livros didáticos que podem ser complementado pelos aspectos relevantes da Teoria de Raymond Duval, relativa à Geometria.

### **Referências Bibliográficas**

- BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro, Lisboa. Edições 70, 2010.
- BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. São Paulo: FTD, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática – PCN**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

\_\_\_\_\_. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática/Ensino de quinta a oitava séries**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CAVALCANTE, L. G.; SOSSO, J.; VIEIRA, F.; POLI, E. **Para saber Matemática**. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2006.

CENTURIÓN, M. R.; JAKUBOVIC, J.; LELLIS, M. C. T. **NOVO Matemática na medida certa**. 10. ed. São Paulo: Scipione, 2003.

DEL GRANDE, J. J. Percepção espacial e geometria primária. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. (Org.). **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Ed. Peter Lang, 2004.

\_\_\_\_\_. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Papyrus, 2003. p. 11-33.

GIOVANNI J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JR., J. R. **A conquista da matemática: a + nova**. São Paulo: FDT, 2002.

GUIA de livros didáticos: PNLD 2011: Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010. 96 p.

IMENES, L. M. P. **Um estudo sobre o fracasso do ensino e da aprendizagem da matemática**. 1989. 326 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1989.

LAURO, M. M. **Percepção - construção - representação - concepção. Os quatro processos do ensino da Geometria: uma proposta de articulação**. 2007. 396 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, p. 7-39, mar. 1993.

\_\_\_\_\_. Educação matemática e criatividade. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, v. 2, n. 3, p. 5-11, 1994.

\_\_\_\_\_. **Formação de possibilidades cognitivas em noções geométricas**. 288f. 1995. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 1995.

PAVANELLO, R. M.; FRANCO, V. S. **A Construção do Conhecimento Geométrico no Ensino Fundamental**: Análise de um Episódio de Ensino In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, IX., 2007, Belo Horizonte: SBEM, 2007.

PAVÃO, A. C. **Proposta pedagógica**. Disponível em: <<http://tvbrasil.org.br/busca/?s=o+livro+em+quest%C3%A3o>> Acesso em: 22 set. 2011. p. 4. (Série O livro didático em questão).

PEREIRA, M. R. O. **A Geometria escolar**: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino. 2001. 74 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

PEREZ, G. A realidade sobre o ensino da Geometria no 1º. e 2º. graus, no Estado de São Paulo. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, n. 4, p. 54-62, 1995.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **A representação do espaço na criança**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1993.

RIBEIRO, J. S. **Projeto radix**: matemática. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2009.

SANTOS, M. R. dos. Teoria de Van Hiele: uma alternativa para o Ensino da Geometria no 2º ciclo. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., Belo Horizonte. **Anais...** Belo Horizonte: SBEM, 2007. p. 1-8.

SCORTEGAGNA, G. M. **A organização da prática educativa em geometria**: contribuições da teoria piagetana. 2008. 175 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2008.

TOLEDO, Marília; TOLEDO, Mauro. **Didática de matemática**: como dois e dois; a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997, p. 221.