ANÁLISE DE ERROS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO EQUAÇÕES ALGÉBRICAS DO 1º GRAU

Yasmini Lais Spindler Sperafico – UFRGS

Clarissa Seligman Golbert – UFRGS

Resumo: A análise de erros tem um papel significativo no processo de ensino, pois evidencia os obstáculos que impedem o aluno de progredir e auxilia o educador a desenvolver uma proposta didático-pedagógica. Uma boa forma de identificar os erros na construção do conhecimento sobre equações algébricas do 1º grau, é propor aos alunos situações-problema, e verificar o processo de resolução. Assim, com base em autores como Cury (2007), Booth (1995), Kieran (1995) e Freitas (2002), entre outros, o presente estudo, de cunho qualitativo, relata uma experiência realizada no âmbito escolar com estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, que teve como objetivo analisar, categorizar e refletir sobre erros cometidos durante a resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. Os resultados obtidos apontam que muitos dos erros identificados são de ordem conceitual. Assim, reafirma-se a importância da análise e reflexão sobre os erros dos estudantes e o desenvolvimento de propostas didático-pedagógicas que auxiliem os alunos a superar suas dificuldades.

Palavras-chave: Análise de erros. Equações algébricas do 1º grau.

Introdução

O erro é um elemento que frequentemente compõem o processo de aprendizagem de um novo conhecimento e evidencia um saber mal construído que o sujeito possui. Dessa forma, os erros não são simplesmente ausência de conhecimentos, eles expressam conhecimentos malformados que, depois, se tornam resistentes, como alerta Pinto (2000) e Cury (2007). Nesta perspectiva, o erro pode se transformar em uma ferramenta de ensino para o educador, pois concede informações sobre a aprendizagem e não-aprendizagem dos educandos, auxiliando o professor a planejar atividades que ajudem os discentes a superar suas dificuldades.

Portanto, os erros devem ser analisados e considerados durante o processo de aprendizagem, já que uma resposta incorreta também é resultado de um procedimento de raciocínio para escolha das estratégias e conhecimentos prévios utilizados e estes, neste caso, podem não estar corretos ou estarem sendo mal utilizados.

Posto isso, fica clara a importância de analisar os erros cometidos pelos educandos a fim de desenvolver propostas pedagógicas a partir das dificuldades apresentadas pelos educandos e isso é especialmente importante em relação à construção do conhecimento algébrico que, conforme Booth (1995), representa um novo patamar na apropriação do conhecimento matemático, o da generalização.

Dessa forma, o estudo aqui relatado buscou analisar e categorizar os erros cometidos na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau por um grupo de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, categorizando-os e discutindo-os à luz de pesquisadores, como Kieran (1995), Booth (1995) e Freitas (2002).

Problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau

A álgebra é um ramo da Matemática que se ocupa da simbolização de relações numéricas, de estruturas matemáticas e das operações sobre essas estruturas. Dessa forma, o estudo da álgebra, como destacam os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), é um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização, além de lhe possibilitar a aquisição de uma poderosa ferramenta para resolver problemas.

O campo algébrico é constituído por diversos conteúdos, entre eles se encontram as equações do 1º grau. Este conteúdo, conforme os PCN (1998), se constitui em um dos primeiros contatos que os estudantes têm com a álgebra, já que esse se inicia no quarto ciclo do Ensino Fundamental, correspondente ao 7º e 8º anos.

Os PCN (1998) afirmam que uma forma de auxiliar os alunos a atingirem o patamar da generalização algébrica, é propondo problemas, pois a exploração de situações-problema auxilia o aluno no reconhecimento de diferentes funções da álgebra, na representação de problemas por meio de equações e inequações e na compreensão das regras de resolução de uma equação (Brasil, 1998).

Vergnaud (1996) ainda destaca que a principal funcionalidade da álgebra é se constituir em um instrumento que permite a resolução de problemas que não poderiam ser resolvidos apenas com recursos da aritmética. No caso específico das equações, Vergnaud (1996) afirma que os verdadeiros problemas algébricos apresentam incógnitas em ambos os lados da igualdade.

Vergnaud (1996) também alerta para o fato de que, apesar de os conhecimentos algébricos serem mais profundamente abordados no quarto ciclo do Ensino Fundamental, os estudantes já tem contato com algumas situações que sugerem equações desde os anos iniciais. Essas situações são compostas por problemas envolvendo sentenças aritméticas abertas, como $\square + 12 = 21$. Dessa forma, os estudantes chegam ao quarto ciclo do Ensino Fundamental com uma noção sobre álgebra, e mais especificamente, sobre equações. Porém, lhes falta a conceitualização deste conhecimento.

Uma equação é caracterizada pela existência de letras indicando valores desconhecidos, que são denominados incógnitas ou variáveis, um sinal de igualdade, uma expressão à esquerda da igualdade, denominada primeiro membro e uma expressão à direita da igualdade, denominada segundo membro.

Da Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que o trabalho com equações pressupõe a familiarização dos discentes com as terminologias "membros" e "termos". Os autores ainda destacam que

> o trabalho com equações deve apoiar o desenvolvimento do significado das expressões algébricas e da respectiva terminologia – monômio, polinômio, binômio, coeficiente numérico, parte literal, etc. Particularmente importantes são as noções de 'solução de uma equação' [...]. Para além de serem capazes de resolver equações, os alunos devem ser capazes de verificar se um dado valor é ou não solução de certa equação (DA PONTE, BRANCO & MATOS, 2009, p. 94).

A importância do conhecimento pelo educando da definição de *raiz* também é destacada por Bernard e Cohen (1995), sendo considerada pelos autores como marco inicial de um estudo significativo sobre a resolução de equações. A raiz, solução ou conjunto verdade de uma equação, é / são o(s) valor(es) que a tornam verdadeira, ou seja, que validam a igualdade entre o primeiro e segundo membro.

Uma equação do 1º grau pode ser solucionada de diferentes maneiras. Bernard e Cohen (1995) destacam quatro métodos de solução que podem constituir também uma sequência de ensino evolutiva. Os métodos, na sequência de ensino são: (1) gerar e avaliar, (2) esconder, (3) desfazer e (4) equações equivalentes.

O *método de gerar e avaliar* consiste em gerar valores, primeiramente aleatoriamente, e aplicá-los à equação verificando ou não a validade, ou seja, trata-se de um método de tentativa e erro.

O *método de esconder* é aplicado na resolução de equações aritméticas simples, consistindo em esconder a variável e fixar a atenção ao que a equação pede (como os problemas resolvidos nos anos iniciais). Assim na situação $10 - x = 7$, esconder-se-ia a variável x e se perguntaria “dez menos quanto resulta em sete?

Já o *método de desfazer* “baseia-se nas noções de inversos operacionais e na reversibilidade de um processo envolvendo um ou mais passos invertíveis” (BERNARD & COHEN, 1995, p. 116). Assim, as operações, geralmente do primeiro membro, são “desfeitas”, através de operações inversas, buscando isolar a incógnita e determinar seu valor.

O último e mais complexo método de resolução de equações pressupõe a conceituação de equações equivalentes. Para isso, primeiramente deve haver uma compreensão mais profunda do sinal de igualdade, que deve deixar de pressupor um resultado, como frequentemente é compreendido pelo aluno (Booth, 1995), e passar a representar a existência de equivalência. Assim o método de equações equivalentes é semelhante ao método de desfazer, mas pelo fato da equação constituir uma equivalência, as operações devem ser desfeitas em ambos os membros da equação.

Bernard e Cohen (1995) alertam para o fato dessa aprendizagem sobre a resolução de equações ser mais eficiente no contexto de resolução de problemas. “Isso ajudaria os alunos a desenvolver processos para eliminar obstáculos e atingir subobjetivos, criando assim, meios para monitorar e avaliar processos e colocando em primeiro plano a tarefa e sua realização bem-sucedida” (BERNAR & COHEN, 1995, p. 126).

Uma abordagem sobre os erros na resolução de problemas matemáticos envolvendo equações algébricas do 1º grau

O erro geralmente é inevitável e se constitui em uma importante etapa de construção de um novo conhecimento, já que o educando está testando estratégias e estabelecendo relações entre diferentes conhecimentos. Sendo assim, todo o processo realizado pelo aluno para encontrar o resultado (certo ou não) durante a resolução de um problema deve ser considerado a fim de identificar possíveis obstáculos que estejam impedindo o aluno de progredir.

Os PCN (1998) justificam a importância de acompanhar o processo de resolução ao afirmar que aprender a dar uma resposta correta pode ser suficiente para que ela seja aceita e até convincente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido, pois além da resposta correta, é necessário desenvolver habilidades que permitam provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa forma de trabalho, a importância da resposta correta cede lugar à importância do processo de solução.

É através da análise e reflexão sobre os erros cometidos durante o processo de solução de um problema realizado pelo estudante que se pode ter pistas de como este compreende os conhecimentos envolvidos, bem como o motivo que o impede de encontrar a solução correta.

Para auxiliar na análise e discussão dos erros, na temática de resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau, foco desse relato, apresentar-se-á os estudos e pesquisas desenvolvidas por Booth (1995), Kieran (1995) e Freitas (2002), bem como algumas contribuições de outros estudiosos do tema, em relação aos erros cometidos pelos alunos na resolução de equações algébricas do 1º grau, bem como as possíveis origens desses erros.

Booth (1995), em seu estudo, relata os resultados obtidos por uma pesquisa desenvolvida no Reino Unido, entre os anos de 1980 e 1983, com alunos entre treze e dezesseis anos. O autor relata que, apesar dos alunos com mais idade já terem contato com conteúdos algébricos complexos, eles apresentavam erros na resolução de equações do 1º grau, semelhantes aos dos alunos mais jovens. Booth (1995), ainda destaca possíveis fatores que originam esses erros, entre eles: o uso da notação e da convenção em álgebra, o significado das letras e das variáveis, os tipos de relações que os alunos realizam com o campo aritmético e os métodos empregados para a resolução.

Kieran (1995) também descreve um estudo realizado com seis alunos do 8º ano (7ª série) em relação aos erros cometidos por esses. A autora identifica origens semelhantes às propostas por Booth (1995), como desconhecimento do significado das letras, métodos de resolução, concepções de equivalência e supergeneralização do procedimento de resolução (os alunos iniciavam no final do segundo membro e se dirigiam em direção ao primeiro membro tomando as operações inversas à medida que elas se sucediam).

Freitas (2002) realizou uma investigação com oitenta alunos do Ensino Médio em relação aos erros cometidos na resolução de equações e suas origens. Primeiramente, propôs aos estudantes que resolvessem algumas equações, entre elas, equações algébricas. Através desse instrumento, o autor categorizou os erros encontrados, resumidamente, em erros relacionados a aspectos conceituais e os relacionados a técnicas de resolução. Para inferir hipóteses sobre as origens dos erros desenvolveu entrevistas clínicas com os estudantes, obtendo resultados compatíveis com os apresentados por Booth (1995) e Kieran (1995).

Para facilitar a discussão sobre os tipos de erros e suas origens, encontrados e discutidos pelos autores citados, o presente estudo utilizou as duas grandes categorias propostas por Freitas (2002): erros relacionados a aspectos conceituais e erros relacionados a técnicas de resolução.

Erros relacionados a aspectos conceituais e suas possíveis origens

Um dos erros destacados por Booth (1995), e também relatado na pesquisa de Freitas (2002), diz respeito à notação na escrita das equações. Segundo o autor, faz-se necessária a distinção do aluno entre expressões como p : q e q : p. Booth (1995) relata que os estudantes não observam essa distinção crucial quando registram ou quando resolvem as equações o que resulta em erros posteriormente. O autor destaca que a origem dessa indiferenciação pode ter raízes nas experiências anteriores que os estudantes tiveram em relação à aritmética, já que alguns alunos acham que a divisão, como a multiplicação, e a subtração, como a adição, são comutativas. Outros não veem necessidade de distinguir as duas formas, acreditando que na divisão, o maior número sempre deverá ser dividido pelo menor e que o número menor deverá ser subtraído do maior, no caso da subtração.

Segundo Booth (1995), isso parece ser resultado da recomendação bem-intencionada feita pelo professor de matemática, no início do aprendizado da subtração e da divisão, e da própria experiência dos alunos, pois todos os problemas de divisão encontrados em aritmética elementar, de fato, exigem que o número maior seja dividido pelo menor, assim como na subtração, o número menor é subtraído do maior.

O autor ainda sugere que, uma forma de reverter essa concepção seria confrontar mais precocemente os estudantes com situações concretas em que um número menor deverá ser dividido por um maior.

Outra fonte de erro muito comum na resolução de problemas, conforme Lochhead e Mestre (1995), está nas concepções erradas concernentes à estrutura e à interpretação de afirmações algébricas e nos processos pelos quais se faz a tradução de linguagem escrita para a linguagem algébrica. Os autores alertam que os estudantes apresentam uma forte tendência em realizar uma associação à ordem das palavras, da esquerda para a direita, ao traduzirem, cometendo diversos erros. Lochhead e Mestre (1995), afirmam que uma forma de superar e até mesmo prevenir este tipo de erro é através da resolução de problemas variados, bem como na análise e discussão de erros comuns cometidos pelos estudantes.

Um outro erro relatado por Booth (1995) e Kieran (1995), foi em relação ao significado das letras e variáveis. Os estudantes apresentaram dificuldades em conceber as letras como números desconhecidos (variáveis ou incógnitas). E ainda, muitas vezes, quando compreendiam que uma letra representava um valor numérico, muitos tendiam a pensar que esse valor era fixo para a letra que o representava, como se a letra “x” necessariamente tivesse que representar o valor numérico 2. Os autores justificam isso pelo fato de, na aritmética, as letras serem utilizadas como unidades de medida, como *cm* para centímetros, o que não ocorre na álgebra. Além disso,

> na aritmética, os símbolos que representam quantidades sempre significam valores únicos. Há pouca escolha, por exemplo, quanto ao valor representado pelo símbolo '3'. Portanto, talvez não seja de se estranhar que as crianças tratem esses novos símbolos da mesma maneira como se representassem quantidades (BOOTH, 1995, p. 31).

A interpretação de letras e símbolos também é abordada por Matos e Da Ponte (2008,), que destacam a importância de uma compreensão adequada das letras (ou símbolos), pois estas permitem expressar ideias matemáticas de forma rigorosa e condensada. Além disso, possibilitam um distanciamento em relação aos elementos semânticos que representam, ganhando independência e tornando-se poderosas ferramentas para a resolução de problemas. Entretanto, os autores admitem que, apesar da utilização diversificada da simbologia constituir uma fonte de potencialidades em álgebra, esta impõe simultaneamente uma gama de conflitos e de dificuldades a muitos alunos.

Um fato importante, observado por Freitas (2002) em sua pesquisa e relacionado à resolução de equações, diz respeito à verificação do resultado encontrado. Conforme relata o autor, após resolverem a equação, os alunos eram questionados sobre a validade da resposta encontrada. Muitos estudantes não tinham certeza sobre o resultado e não demonstravam saber como determinar sua confiabilidade. Bernard e Cohen (1995) destacam que esse fato deriva da incompreensão sobre o que significa a raiz de uma equação. Os autores ainda relatam que este deve ser um conhecimento básico para qualquer resolvedor de equações.

Outra explicação para o fato dos estudantes não procurarem meios de comprovar sua resposta, é dada por Russel (2002), que afirma que os alunos costumam suspender precocemente a reflexão sobre o resultado e aceitam a primeira solução encontrada. O autor ressalta que isso é especialmente verificado em alunos que raciocinam mal, pois esses se satisfazem com o primeiro "modelo mental" do problema que eles podem criar e, além disso, estes alunos atêm-se a um processamento superficial, por isso fracassam em sua tentativa de distanciamento mental.

Erros na resolução de equações também derivam da incompreensão do sinal de igualdade como uma equivalência entre membros. Esse erro, evidenciado por Freitas (2002), durante a realização de entrevistas com os estudantes, está relacionado à interpretação do sinal de igual, como um símbolo unidimensional que precede a resposta numérica de um problema.

Kieran (1995) alerta que essa concepção sobre o símbolo de igualdade também está ligada ao ensino de aritmética onde, muitas vezes, os estudantes apenas têm contato com problemas que imprimem essa lógica.

Assim, conforme Booth (1995) e Da Ponte, Branco e Matos (2009), a maioria dos erros cometidos pelos estudantes não são de ordem algébrica, mas de conceitos e concepções aritméticas mal compreendidas.

Por fim, cabe ainda destacar, conforme Da Ponte, Branco e Matos (2009) que alguns estudantes não chegam a cometer erros propriamente. Esses alunos apresentam tanta dificuldade que sequer compreendem bem o que representa uma equação, muito menos o que esta envolve em sua resolução.

Erros relacionados a técnicas de resolução e suas possíveis origens

Booth (1995) destaca erros cometidos pelos alunos referentes ao uso de métodos informais. O autor salienta que esses são importantes para a aprendizagem, mas que os estudantes também devem conhecer e empregar métodos formais de resolução de equações.

Kieran (1995) destaca a supergeneralização de uma estratégia como origem de erros na resolução de equações. A autora relata que experiências com situações aritméticas abertas vivenciadas pelos alunos levam à crença de que para solucionar equações e descobrir o termo desconhecido devem aplicar as operações inversas partindo do segundo membro da equação em direção ao primeiro, como realizavam nas situações aritméticas abertas.

Da Ponte, Branco e Matos (2009) também destacam erros de procedimento com origens na má compreensão ou falta de compreensão do conceito de variáveis, como a adição de termos que não são semelhantes ($3+4n=7n$). Os autores também destacam a adição incorreta de termos semelhantes ($-4x+2x=6x$) que pode ter origem em conhecimentos mal formados sobre números inteiros e racionais.

Por fim, Freitas (2002) destaca a grande frequência de erros cometidos pelos sujeitos de sua pesquisa em relação à transposição de elementos do primeiro membro para o segundo (18,27% na transposição de termos independentes, 23,08% de termos em x e 11,54% em ambos). Esses erros na resolução têm origem em conhecimentos prévios dos mais variados (números inteiros, concepção de operações, etc.), conforme relatado pelo autor.

Através do exposto, pode-se perceber que, apesar da divisão em duas categorias para a abordagem nesse estudo, os erros descritos estão intimamente relacionados e constituem obstáculos à aprendizagem do aluno que precisam ser transpostos.

Método de Pesquisa

A experiência aqui relatada é de cunho qualitativo (CRESWELL, 2007) e teve como objetivo identificar os erros cometidos por estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, de uma escola municipal da região metropolitana de Porto Alegre, na resolução de problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau e as possíveis origens desses erros.

A amostra foi composta por 54 estudantes, 29 meninos (53,7%) e 25 meninas (46,3%), com idade média de 12,5 anos (DP= 1,27).

Com o propósito de analisar os erros cometidos pelos estudantes foi aplicada, em momento coletivo, uma lista com quatro problemas envolvendo equações algébricas do 1º grau. Esta deveria ser respondida individualmente por cada aluno, dispondo de aproximadamente 40 minutos para a resolução.

Os problemas propostos foram os seguintes:

1) Carlos estava realizando cálculos envolvendo o valor de sua idade e percebeu que subtraindo 13 anos do dobro de sua idade obtinha-se o mesmo que sua idade acrescida de 5 anos. Qual é a idade de Carlos?
2) Ângela e sua amiga Carina colecionam figurinhas. As amigas estavam comparando suas quantidades quando Ângela sugeriu que se quadruplicasse sua quantidade de figurinhas e do resultado subtraí-se 12, teria a mesma quantidade que o dobro de figurinhas de Carina acrescido de 36. Sabendo que elas possuíam a mesma quantidade de figurinhas, quantas figurinhas tinha cada uma das amigas?
3) Antônio estava contando seus pontos ao final de uma rodada de um jogo de cartas com seus amigos e resolveu lançar um desafio aos colegas. Ele propôs que se tivesse feito o triplo de seus pontos menos 37 pontos, teria o mesmo que o dobro de sua pontuação acrescido de 56 pontos. Quantos pontos marcou Antônio nessa rodada?
4) Uma balança de dois pratos está em equilíbrio. Em um prato há três pesos iguais de valor desconhecido (medido em gramas) e um terceiro peso de 13g. No outro prato da balança há um outro exemplar igual aos anteriores de peso desconhecido e um peso de 45g. Qual é o valor do peso desconhecido?

Inicialmente foi realizado um ensaio com os estudantes de forma coletiva. Um problema foi apresentado por escrito no quadro negro e solucionado com a participação dos alunos. Após, a atividade a ser realizada pelo estudante, bem como o tempo para a realização foi informado pelo pesquisador. O material foi distribuído e todos iniciaram a atividade no mesmo momento.

Resultados e Discussão

Os erros identificados na resolução dos estudantes foram organizados em oito categorias, sete destas já destacadas pelos autores referenciados: Notação escrita, Tradução da linguagem escrita para a algébrica, Incompreensão do sinal de igualdade como equivalência, uso de método informal de resolução, erro na operação com variáveis, erro na transposição de elementos em x e erro na transposição de termos independentes. A oitava categoria identificada nesta pesquisa faz referência a erros nas operações com números reais.

A tabela 1 apresenta a ocorrência de erros em cada categoria, fornecendo também alguns exemplos encontrados.

Tabela 1: Categorização dos erros encontrados

Categoria	**Frequência de Ocorrência**	**Exemplos**
Notação escrita	1	37-56=19 (operou 56-37)
Tradução da linguagem escrita para a algébrica	53	quadruplicasse (3x) /quadruplicasse quantidade e do resultado subtraísse 12 (4x=12)
Incompreensão do sinal igualdade como equivalência	6	4x-13+36= / x3-56+37= / 3x-37.2x+56=
Uso de método informal	4	3x13=45 / ix13:2i+5 = ix13x2=6
Erro na operação com variáveis	6	2x-x=2x / -3x+x=2x / 2x-x=1 / 3x-x=4x
Erro na transposição de elementos em x	7	2x-13=x+5 → 2x=5+13
Erro na transposição de termos independentes	7	3x+13=x+45 → 3x-x=+13+45
Erro na operação com números reais	6	18:2=6 / 56+37=19 / 93:2=46 / 12+36=42

Elaborada pelo autor, com base nos dados

Observou-se uma maior dificuldade na tradução da linguagem escrita para a algébrica, sendo que esta categoria de erro teve uma representatividade de 59% no total de erros identificados. Lochhead e Mestre (1995) já alertavam para o fato de os estudantes tenderem a organizar a equação pela ordem em que as palavras escritas aparecem, cometendo erros na tradução das informações escritas em símbolos algébricos. Isso ficou evidente no exemplo fornecido em que, no problema 2, o aluno lê “se quadruplicasse sua quantidade de figurinhas e do resultado subtraí-se 12” e registra 4x=-12. A leitura da palavra resultado é traduzida equivocadamente com o sinal “=”. Outros erros em relação à tradução dos problemas, originam-se da falta de informação semântica sobre expressões como “quadruplicasse” (problema 2), que no exemplo foi traduzida por um estudante como 3 vezes um valor.

As categorias “erro na transposição de elementos em x” e “termos independentes” assumiram a segunda colocação em número de ocorrências. Estes erros, como mostram os exemplos, podem ter sido originados por falta de monitoramento durante a resolução, como no caso do aluno que traduziu corretamente o primeiro problema com a equação 2x-13=x+5, mas no passo seguinte não copiou o elemento x nem realizou uma operação para eliminá-lo. Entretanto, este aluno demonstrou compreender o método de resolução, aplicando-o corretamente em outros problemas, o que levanta a hipótese de falta de monitoramento.

Porém, outros estudantes demonstraram não compreender o procedimento de resolução que utilizavam (geralmente o método de desfazer, segundo Bernard e Cohen,1995), aplicando ora a operação inversa, ora conservando a operação original.

Os erros categorizados como “erro na operação com variáveis” também podem ter procedido de duas origens: erro de monitoramento, o erro foi isolado, cometido em apenas um dos problemas; ou ter origens na falta de conhecimento sobre os números inteiros ou, até mesmo, na incompreensão das letras como variáveis, o que pode ter sido o caso do estudante que operou 2x-x=1, mas ao final da resolução apresentou novamente uma letra “x”.

Também foram identificados erros nas operações com números reais. Estes erros geralmente envolviam as quatro operações que já deveriam estar inteiramente dominadas por estudantes deste ciclo de ensino. Assim, erros como 18:2=6, 56+37=19, 93:2=46 e 12+36=42 podem estar também relacionados à falta de recuperação automática dos fatos básicos, à incompreensão do sistema de base 10 e, ainda, à falta de monitoramento da resolução e conferência do procedimento ao final da resolução. Segundo Freitas (2002) e Russel (2002) a falta de monitoramento e conferência do procedimento de resolução costumam ser frequentes em estudantes, principalmente os que possuem maiores dificuldades de raciocínio.

Já os erros em relação à incompreensão do sinal de igualdade como equivalência parecem mais preocupantes, já que a compreensão de equivalência é um fator central para a aprendizagem das equações. Estes erros, como relatado por Kieran (1995), geralmente têm origem na aprendizagem aritmética nos anos iniciais, onde os estudantes apenas defrontam-se com atividades que apresentam equações cuja variável se encontra no segundo membro, ou seja, equações abertas como 12-7= x. Assim, os estudantes acabam generalizando que o sinal de igualdade apenas antecede o resultado da sentença apresentada, o que se torna um obstáculo para a aprendizagem algébrica.

Erros relacionados à notação escrita também podem ter origem em conhecimentos aritméticos mal formados, como destaca Booth (1995). Este pode ser o caso do estudante que apresentou a operação 37-56, mas operou 56-37, pensando ser a subtração uma operação comutativa. Isso pode ser resultado da aprendizagem aritmética onde sempre o número menor é subtraído de um maior, fazendo com que o aluno generalize esta regra que se aplica apenas ao conjunto dos números naturais.

Por fim, os erros cometidos por uso de um método informal de resolução, menos frequente nos alunos investigados, evidenciam a falta de compreensão de um método mais adequado, que faz com que estes estudantes procurem alternativas para resolver o problema. Entretanto, o uso de outras estratégias deve ser valorizado pelo educador, auxiliando os estudantes a verificarem sua validade ou não para determinado problema.

Cabe ressaltar que muitos estudantes deixaram problemas sem resolução, alguns ensaiando um esboço, outros sem nenhuma evidência de tentativa de resolução. Estes alunos podem apresentar tanta dificuldade que sequer compreendem bem o que representa uma equação, muito menos o que esta envolve em sua resolução, como alertam Da Ponte, Branco e Matos (2009).

Considerações Finais

As categorias de erros apresentadas neste estudo foram semelhantes às apresentadas nas pesquisas de Booth (1995), Freitas (2002), Kieran (1995), Da Ponte, Branco e Matos (2009) e Lochhead e Mestre (1995), mostrando que a maior parte dos erros cometidos pelos estudantes estão relacionados a aspectos conceituais.

Alerta-se para a necessidade do educador identificar e refletir sobre os erros cometidos pelos educandos, como sugerem autoras como Cury (2007) e Pinto (2000), para através dessa análise, desenvolver propostas didático-pedagógicas que auxiliem os alunos a transpor esses obstáculos e construir conhecimentos bem estruturados, bem como auxiliar o estudantes para que aos poucos, estes também sejam capazes de refletir sobre seus próprios erros e corrigi-los autonomamente.

Apesar de neste estudo não ter sido realizada uma intervenção com os estudantes com o objetivo de auxiliá-los a superar suas dificuldade por meio da execução de propostas didático-pedagógicas, buscou-se trazer algumas reflexões aos educadores em relação à diversidade de erros que podem ser encontrados em sala de aula, bem como suas possíveis origens. Porém, insiste-se na importância de desenvolver um trabalho corretivo mais sistemático para oportunizar a consolidação desses conhecimentos.

Referências

BERNARD, J. & COHEN, M. Uma integração dos métodos de resolução de equações numa sequência evolutiva de aprendizado. In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 10, p. 111-126.

BOOTH, L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 3, p. 23-36.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais** – terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Matemática. Brasília: MEC, SEF, 1998. Disponível em: < http://portal.mec.gov.br /seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 5 abr. 2011.

CRESWELL, J. **Projeto de pesquisa:** métodos qualitativo, quantitativo e misto. Porto Alegre: Artmed, 2007

CURY, H. N. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as resposta dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DA PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Portugal: Ministério da Educação-BGIdc, 2009. cap. 7, p. 92-115

FREITAS, M. **Equação do 1º grau:** métodos de resolução e análise de erros no ensino médio. 2002. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP, 2002.

KIERAN, C. Equações e expressões em álgebra. In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 9, p. 104-110.

LOCHHEAD, J. MESTRE, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. & SHULTE, A. (Org). **As ideias da álgebra**. Tradução de Hygino Domingues. São Paulo: Atual, 1995. cap. 13, p. 144-154.

PINTO, N. B. **O erro como estratégia didática:** estudo do erro no ensino da matemática elementar. Campinas: Papirus, 2000.

RUSSEL, J. Desenvolvimento cognitivo e funções executivas: "o essencial de Piaget". In: HOUDÉ, O. & MELJAC, C. **O espírito piagetiano:** homenagem internacional a Jean Piaget. Tradução de Vanise Dresch. Porto Alegre: Artmed, 2002. cap. 8, p. 139-173.

VERGNAUD, G. The theory of conceptual fields. In: STEFFE, L. et al. **Theories of mathematical learning**. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1996. cap. 13, p. 219-239.