

PROBLEMA DA MOCHILA: MODELO DE ALOCAÇÃO DE TÍTULOS DE RENDA FIXA NO BRASIL

Anderson Antunes Oliveira

RESUMO

A renda fixa no Brasil constitui uma modalidade de investimento que merece ser considerada pela maioria dos investidores, dado o histórico do país em apresentar uma das maiores taxas de juros do mundo. No entanto, muitos investidores ainda são atraídos pela possibilidade de ganhos rápidos na renda variável, apesar dos elevados riscos, como o custo de capital. Este estudo propõe um modelo de alocação de ativos de renda fixa, adaptado ao perfil de risco do investidor, com o objetivo de otimizar a rentabilidade da carteira. O modelo leva em consideração tanto o perfil de risco quanto os títulos já presentes na carteira do investidor. Conceitualmente, o problema pode ser tratado como um caso de otimização conhecido como "problema da mochila". Para resolvê-lo, foi criado um arquivo de parametrização de dados em formato JSON contendo as informações do investidor. Na fase de preparação de dados, foram realizados cálculos para definir outros parâmetros essenciais. Por fim, o modelo matemático foi desenvolvido e depois implementado utilizando a linguagem Python. Os resultados indicam os títulos mais adequados e a quantidade ideal de cotas a serem adquiridas. Esse modelo oferece uma ferramenta eficaz para auxiliar investidores na seleção de investimentos em renda fixa que maximizem a rentabilidade, ajustando-se ao perfil de risco individual. Ademais, esta pesquisa contribui para o avanço da educação financeira no Brasil.

Palavras-chave: Renda Fixa no Brasil; Alocação de Ativos; Problema da Mochila; Rentabilidade; Otimização de Carteira.

1 INTRODUÇÃO

Os investimentos no Brasil tiveram início no século XIX, com a emissão de títulos da dívida pública para financiar o desenvolvimento do país. Desde então, o mercado financeiro brasileiro se expandiu significativamente, oferecendo uma vasta gama de produtos de investimento. Na renda fixa, o investidor atua como credor, emprestando seu capital a um terceiro, o "devedor", que se compromete a devolver o principal acrescido de juros em uma data futura (Vieira et al., 2022, p. 13). De acordo com a Anbima (2021), a renda fixa continua sendo a opção preferida pelos brasileiros.

Com o crescimento desse mercado, a B3 se consolidou como a principal câmara de custódia de ativos no Brasil, fortalecida pela fusão entre BM&FBovespa e CETIP, aprimorando a infraestrutura de registro e liquidação de títulos de renda fixa (B3, 2024). Em resposta a essa evolução, foi criada a CRT4, uma solução digital desenvolvida pela Avivatec e um consórcio de bancos, que oferece registro em nuvem com maior eficiência e menor custo (AVIVATEC, 2024). Apesar disso, muitos investidores continuam buscando ganhos rápidos na renda variável, impulsionados por campanhas de marketing e interesses de intermediários financeiros (Guimarães, 2022).

A "cultura maníaca", descrita por Dias (2014), é um conceito psicológico e sociológico que envolve excessos emocionais e cognitivos, como negação, triunfalismo e sobreatividade. No filme "O Lobo de Wall Street", essa cultura é retratada de forma clara, mostrando como profissionais do mercado financeiro frequentemente priorizam seus

interesses, recomendando produtos com comissões mais altas, independentemente das necessidades dos clientes. Isso explora a vulnerabilidade e a falta de conhecimento dos investidores, revelando uma atitude pouco ética, onde o lucro é obtido às custas do cliente.

Fox, Bartholomae e Lee (2005) ressaltam que a falta de educação financeira gera comportamentos enviesados, como a dificuldade de entender o conceito de custo de capital, que é fundamental para avaliar se os retornos de um investimento compensam os riscos. Na renda variável, esse desconhecimento pode levar a decisões equivocadas, especialmente quando os retornos não superam o CDI, amplamente utilizado como referência na renda fixa (Machado, 2019).

Estudos mostram que muitos fundos e ativos de renda variável têm dificuldade em superar o CDI de forma consistente (Castro, 2020), o que torna opções de renda fixa atreladas ao IPCA, com um adicional fixo de 6%, uma alternativa atraente, combinando proteção contra a inflação com rentabilidade estável no longo prazo (Oliveira; Almeida, 2019). A preservação do capital é uma prioridade para muitos investidores, e a renda fixa oferece uma via segura para garantir essa proteção, dentro da qual “dispõe de vários investimentos de renda fixa, que se diferem basicamente pelo prazo de vencimento e pela natureza do emitente” (Vieira et al., 2022, p. 16).

Dado esse contexto, o problema da mochila, formalmente descrito por Bellman (1957), oferece uma abordagem teórica para otimizar a alocação de recursos limitados. Neste trabalho, será utilizado como base para selecionar os títulos de renda fixa que maximizem o retorno da carteira, levando em consideração as preferências do investidor, as características dos produtos financeiros e as restrições de risco e retorno.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 RISCO

O risco, de maneira geral, refere-se à incerteza em relação ao retorno de um investimento e à possibilidade de que eventos inesperados prejudiquem o valor de ativos financeiros. Em finanças, o risco pode ser entendido como a chance de o retorno obtido em um investimento ser diferente do esperado. (Vieira et al., 2022). Investidores precisam considerar e avaliar os diferentes tipos de risco para tomar decisões informadas e mitigar potenciais perdas. Segundo Assaf Neto (2021), os principais riscos em títulos de renda fixa incluem oscilações nas taxas de juros, inadimplência, liquidez e reinvestimento dos fluxos de caixa.

2.2.1 TIPOS DE RISCOS

Ao conceder empréstimos ou financiamentos, os bancos assumem o risco de crédito, associado à inadimplência dos clientes, que pode ocorrer por questões de caráter, gestão, fatores externos ou falta de geração de caixa. Garantias, embora não decisivas, são necessárias em algumas operações para compensar essas fraquezas. Logo, “a boa qualidade da carteira de crédito do banco é, seguramente, um fator de segurança para seus acionistas e para seus depositantes” (Silva, 2018, p. 30). Indicadores como o Índice de Basileia e a constância dos lucros ajudam na análise quantitativa, enquanto a qualidade da gestão e a governança corporativa contribuem para a avaliação qualitativa.

O risco de taxas de juros o preço de mercado de um título comporta-se de forma inversa ao da taxa de juros. Sempre que a taxa de juros de mercado sobe, o título perde valor (preço de negociação cai); por outro lado, quando a taxa de juros recua no mercado, o preço

do título aumenta (sofre valorização), (Vieira et al., 2022, p. 17). Os bancos são impactados por mudanças econômicas e políticas que afetam taxas de juros, financiamentos e captação de recursos. Para operar de forma eficiente, precisam garantir que os prazos de captação e aplicação sejam compatíveis, e que as taxas de captação sejam menores do que as cobradas em empréstimos. Flutuações nas taxas de juros podem gerar problemas de liquidez, como no caso das companhias de crédito imobiliário, que captam recursos de curto prazo e aplicam a longo prazo (Silva, 2018, p.31).

O risco de liquidez se refere à dificuldade de negociar um título antes do vencimento. A liquidez de um título de renda fixa afeta seu risco. Liquidez é a capacidade de um título ser negociado rapidamente no mercado, mantendo certa estabilidade em seu preço, ou seja, sem necessidade de o titular conceder descontos relevantes em seu preço (Vieira et al., 2022, p. 17). O risco de reinvestimento ocorre quando os fluxos de caixa intermediários são reinvestidos a taxas de juros menores, reduzindo o retorno total do investimento. Quando as taxas caem, os rendimentos diminuem; por outro lado, se as taxas aumentam, os ganhos do reinvestimento também crescem, aumentando o retorno (Vieira et al., 2022). Quanto ao risco de negociação antecipada, o resgate antecipado de um título segue os juros de mercado. Quanto mais incerta for a taxa de juros no mercado, mais alto se apresentará o risco de uma negociação antecipada do título (Vieira et al., 2022).

2.1.2 ASSIMETRIA DE RISCO

A assimetria de risco ocorre quando ganhos e perdas potenciais de um investimento ou decisão não são equilibrados, com riscos ou benefícios desproporcionais. Taleb (2010) alerta que "o fracasso em reconhecer a assimetria leva à exposição desproporcional a riscos catastróficos", frequentemente causado por vieses cognitivos, como apontado por Kahneman (2011). Na Teoria do Prospecto, Kahneman e Tversky (1979) mostram que as pessoas são mais avessas à perda do que atraídas pelo ganho, o que pode levar a escolhas irracionais em cenários assimétricos. Minsky (1992) observa que "a estabilidade financeira cria instabilidade", revelando que confiança exagerada pode aumentar os riscos. A dificuldade em avaliar a assimetria de risco é uma falha psicológica que pode resultar em decisões desastrosas, tanto nos investimentos quanto na vida pessoal. Compreender esse conceito permite uma tomada de decisão mais equilibrada e informada.

2.1.3 AGÊNCIAS DE CLASSIFICAÇÃO DE RISCO

Agências de Classificação de Risco, como Standard & Poor's, Moody's e Fitch, avaliam determinados produtos financeiros ou seus emissores e classifica esses ativos ou empresas segundo o grau de risco de não pagamento no prazo fixado (Brasil, 2024). Elas atribuem notas de risco, conhecidas como *ratings*, que vão de AAA, indicando risco mínimo, a D, que sinaliza inadimplência. Essas notas são baseadas em análises financeiras detalhadas e indicadores qualitativos, o que permite aos investidores avaliar o risco de seus investimentos (Langohr; Langohr, 2010). As agências realizam revisões periódicas, geralmente anuais, mas podem fazer revisões extraordinárias em caso de mudanças significativas no cenário econômico ou na situação financeira do emissor. O processo de revisão é fundamental para fornecer informações atualizadas ao mercado (CVM, 2024). No entanto, as agências são alvo de críticas, principalmente após a crise de 2008, por possíveis conflitos de interesse, já que são pagas pelos próprios emissores que avaliam.

2.2 FUNDO GARANTIDOR DE CRÉDITO (FGC)

O FGC foi criado em 1995, logo após o Plano Real, devido à preocupação com a estabilidade do sistema financeiro do país. De modo geral, seu objetivo é manter a credibilidade do mercado financeiro e garantir aos investidores que o capital investido não será perdido (FGC, 2024). Trata-se de um mecanismo de proteção aos investidores no Brasil para garantir a segurança dos depósitos e aplicações financeiras em instituições participantes do sistema. Ele cobre até R\$ 250 mil por CPF ou CNPJ, por instituição ou conglomerado financeiro, em casos de intervenção, liquidação ou falência (Rocha; Ferreira, 2020).

O limite total de cobertura é de R\$ 1 milhão, renovável a cada quatro anos. Entre os produtos cobertos estão Certificados de Depósito Bancário (CDBs), Letras de Crédito Imobiliário (LCIs), Letras de Crédito do Agronegócio (LCAs), Letras de Câmbio (LCs) e depósitos a prazo. A compensação ocorre após a decretação de falência ou liquidação da instituição, com o FGC ressarcindo os valores investidos até o limite estabelecido (Machado, 2020).

2.3 TIPOS DE INDEXADORES APLICADOS NA RENDA FIXA

O mercado financeiro brasileiro oferece três modalidades de remuneração para títulos de renda fixa: prefixada, pós-fixada e indexada à inflação (VIEIRA et al., 2022). Esses indexadores ajustam a rentabilidade dos títulos com base em parâmetros como a inflação, a taxa básica de juros da economia ou um valor previamente definido no momento da aquisição. A seguir, cada um desses indexadores será abordado em detalhe.

2.3.1 TÍTULOS DE INFLAÇÃO (IPCA)

Títulos de inflação são aqueles cuja rentabilidade está atrelada ao Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que mede a variação da inflação no Brasil. De acordo com Vieira et al. (2022) esses títulos são denominados taxa prefixada e pós-fixada pois garantem que o investidor receba uma remuneração que acompanha a variação dos preços, além de um prêmio adicional fixo. É ideal para investidores que desejam preservar seu poder de compra em cenários de alta inflação (Oliveira; Silva, 2018). Um exemplo clássico desse tipo de título é o Tesouro IPCA+, emitido pelo governo federal, que ajusta sua rentabilidade de acordo com o IPCA (Brasil, 2024). Conforme Oliveira e Silva (2018), "os títulos indexados ao IPCA protegem o investidor contra a corrosão do poder de compra causada pela inflação, tornando-se atrativos em cenários inflacionários".

2.3.2 TÍTULOS PÓS-FIXADOS (CDI E SELIC)

Os títulos pós-fixados são aqueles cuja rentabilidade varia de acordo com um indexador econômico, como o Certificado de Depósito Interbancário (CDI) ou a taxa Selic, a taxa básica de juros da economia brasileira. Esses títulos não têm uma taxa de retorno definida no momento da compra, mas sim uma rentabilidade atrelada a essas taxas de mercado.

De acordo com Neto, Santos e Mello (2019, p. 37) a Selic é a taxa média de financiamento no mercado interbancário para operações de curtíssimo prazo, garantidas por títulos públicos federais e registradas no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic). Essas operações, chamadas de compromissadas, envolvem a venda e recompra de títulos entre instituições financeiras, e servem como base para o cálculo da taxa Selic, que é,

conforme (Vieira et al., 2022), monitorada e estabelecida pelo Banco Central para manter-se próxima à meta estabelecida pelo Copom.

2.3.3 TÍTULOS PRÉ-FIXADOS (VALOR FIXO AO ANO)

Títulos pré-fixados são aqueles em que a taxa de retorno é definida no momento da compra. Esses títulos oferecem ao investidor previsibilidade, pois o rendimento é conhecido desde o início e não varia de acordo com as oscilações do mercado. São uma boa opção para investidores que acreditam que as taxas de juros podem cair no futuro (Carvalho; Pereira, 2018). Um exemplo comum de título pré-fixado é o Tesouro Prefixado, que paga uma taxa fixa ao ano. "Títulos pré-fixados são especialmente úteis em cenários de queda de juros, pois garantem ao investidor uma rentabilidade acima das taxas futuras previstas" (Carvalho; Pereira, 2018).

2.4 JURO REAL

O juro real é a diferença entre a taxa nominal de juros e a inflação, medindo o poder de compra do retorno após descontar a inflação. Como aponta Mankiw (2013), "o juro real é a taxa de juros ajustada pela inflação", refletindo a variação no poder de compra dos recursos investidos. Blanchard (2017) destaca que "as decisões de poupança e investimento devem sempre considerar o juro real", pois ele revela o retorno efetivo após descontar as perdas inflacionárias. No Brasil, a relação entre o CDI e o IPCA exemplifica como políticas monetárias afetam o juro real, que pode ser positivo ou negativo, influenciando decisões de investimento e consumo. Holland (2006) observa que o Brasil teve, entre 1996 e 2002, a maior taxa real de juros e o maior spread bancário do mundo.

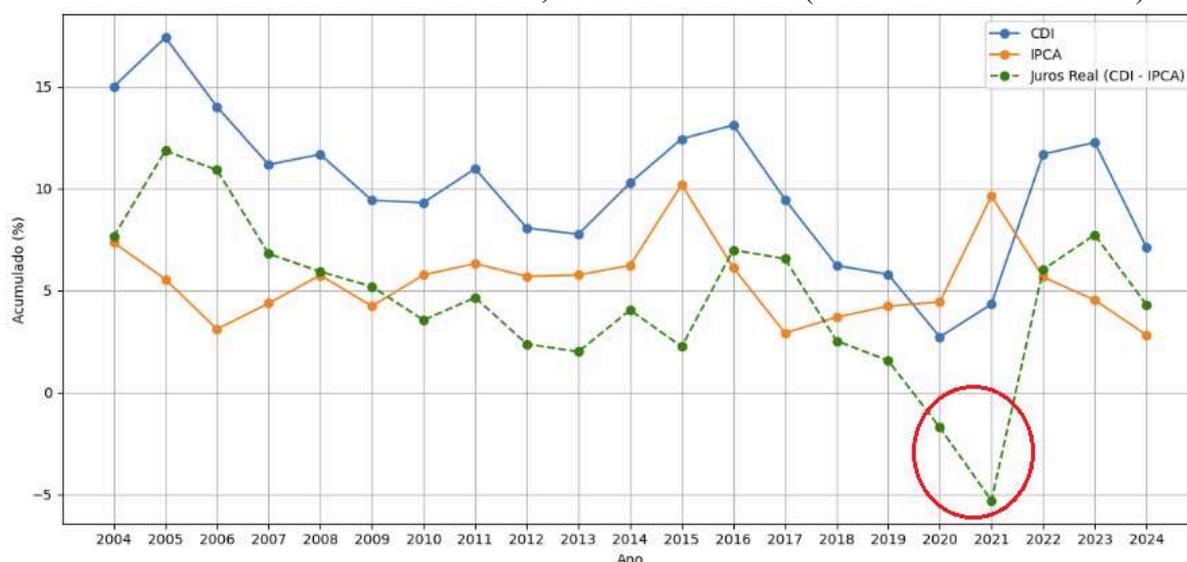
Tabela 1 – Acumulado Anual do CDI, IPCA e Juros Real (01/01/2024 a 11/09/2024)

Ano	CDI	IPCA	Juro Real
2004	15,00	7,35	7,65
2005	17,40	5,55	11,85
2006	14,00	3,10	10,90
2007	11,17	4,37	6,80
2008	11,67	5,75	5,92
2009	9,42	4,23	5,19
2010	9,31	5,76	3,55
2011	10,97	6,32	4,65
2012	8,06	5,69	2,37
2013	7,76	5,76	2,00
2014	10,27	6,23	4,04
2015	12,44	10,19	2,25
2016	13,11	6,12	6,99
2017	9,47	2,91	6,56
2018	6,22	3,69	2,53
2019	5,79	4,23	1,56
2020	2,72	4,44	-1,72

2021	4,33	9,63	-5,30
2022	11,68	5,66	6,02
2023	12,26	4,53	7,73
2024	7,13	2,82	4,31
Média	10,27	5,66	4,65

Fonte: adaptado pelo autor via API do Banco Central

Gráfico 1 - Acumulado Anual do CDI, IPCA e Juros Real (01/01/2024 a 11/09/2024)



Fonte: adaptado pelo autor via API do Banco Central (2024).

Na Tabela 1 observa-se que a maior taxa do CDI foi registrada em 2005, com 17,40%, enquanto o menor valor ocorreu em 2020, com 2,72%. Quanto ao IPCA, a maior inflação foi observada em 2015, com 10,19%, e a menor em 2017, com 2,91%. Em relação ao Juro Real, o valor mais elevado foi registrado em 2005, com 11,85%, enquanto o menor Juro Real ocorreu em 2021, com -5,30%, indicando uma perda de poder de compra nesse ano. As médias no período analisado revelam um CDI médio de 10,27%, um IPCA médio de 5,66% e um Juro Real médio de 4,65%.

A análise de dados em uma janela temporal longa, como a trazida aqui, pode ajudar a identificar tendências econômicas e padrões cíclicos. No entanto, embora as informações históricas sejam valiosas para compreender o contexto econômico, o futuro permanece incerto. Como percebido por Drucker (1993) "o melhor jeito de prever o futuro é criá-lo", ressaltando que, apesar da importância dos dados históricos, a incerteza é inerente ao futuro e exige cautela na interpretação de tendências passadas.

O Gráfico 1 apresenta o comportamento do CDI, IPCA e Juros Real ao longo dos últimos 20 anos, com destaque para os períodos em que o Brasil experimentou juro real negativo. Durante a pandemia de COVID-19, conforme noticiado pela CNN Brasil, o país registrou, pela primeira vez em sua história, uma taxa de juros real negativa. Esse fenômeno foi provocado pela combinação de taxas de juros nominais em níveis historicamente baixos e uma inflação relativamente alta, resultando em uma perda de poder de compra para os investidores, mesmo em cenários de rendimentos nominais positivos.

2.5 TIPO DE PRODUTOS DE RENDA FIXA NO BRASIL

Os produtos de renda fixa disponíveis no mercado brasileiro possuem sua rentabilidade associada a um dos tipos de indexadores previamente estudados. Esses títulos podem oferecer diferentes níveis de liquidez: alguns contam com liquidez diária, enquanto outros possuem vencimento específico, o que significa que o investidor deverá mantê-los até o vencimento para garantir o rendimento contratado (Carvalho; Pereira, 2018).

Além disso, enquanto alguns produtos de renda fixa estão sujeitos à tributação, outros são isentos. O Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) incide, por exemplo, em determinados títulos quando resgatados até o 29º dia da aplicação, excetuando-se títulos como CRA e LCA. Conforme destacado pela Anbima (2018, p. 37) “a partir do 30º dia (inclusive) da aplicação, a alíquota de IOF passa a ser de 0%, e o imposto pago pelo investidor será apenas o Imposto de Renda”.

Os títulos de renda fixa geralmente possuem classificações de risco respaldadas por agências de rating, como Fitch, Moody's e Standard & Poor's. Essas agências fornecem uma avaliação da capacidade de pagamento do emissor e ajudam os investidores a mensurar o risco de crédito, sendo um importante instrumento para decisões de investimento informadas.

Apesar de todos os investimentos apresentarem riscos, a maioria dos ativos de renda fixa conta com alguma garantia (VIEIRA et al., 2022).

2.5.1 TÍTULOS PÚBLICOS

Os títulos públicos são emitidos pelo Tesouro Nacional e tem por finalidade o financiamento de atividades do governo (Neto; Santos; Mello, 2019, p. 59). Representam uma das opções mais seguras no mercado de renda fixa, pois o risco de crédito associado ao governo brasileiro é considerado baixo.

Tesouro Direto LFT (Tesouro Selic) é um título pós-fixado, com rentabilidade atrelada à taxa Selic. Ele possui liquidez diária, sendo uma opção interessante para investidores que buscam segurança e liquidez (Brasil, 2024).

Tesouro Direto NTN-B (Tesouro IPCA+) oferece uma remuneração que protege o investidor da inflação acrescido de um prêmio fixo. Além do ajuste pela inflação, o título pode ser com cupom semestral ou sem cupom, sendo ideal para proteção do poder de compra no longo prazo (Vieira et al., 2022).

Tesouro Direto LTN (Tesouro Prefixado) oferece uma rentabilidade pré-fixada e sem pagamento de cupom de juros (Neto; Santos; Mello, 2019, p. 60). Ele é indicado para quem acredita que as taxas de juros irão cair no futuro, pois a taxa é travada no momento do investimento.

2.5.2 TÍTULOS PRIVADOS

Os títulos privados são emitidos por instituições financeiras ou empresas, e o risco de crédito é maior quando comparado aos títulos públicos, sendo essencial a análise do rating do emissor.

O Certificado de Depósito Bancário (CDB) é emitido por bancos e pode ser pós-fixado, híbrido ou pré-fixado, com cobertura do FGC (Fernandes; Gomes, 2018). A Letra de Crédito Imobiliário (LCI) e a Letra de Crédito do Agronegócio (LCA) são isentas de imposto de renda para pessoas físicas e também garantidas pelo FGC (Machado, 2019). A Letra Imobiliária Garantida (LIG) é similar às LCIs, mas com dupla garantia e sem cobertura do FGC, voltada para o financiamento imobiliário (SANTOS, 2020). Já a Letra de Câmbio

(LC), emitida por financeiras, é garantida pelo FGC e tem características semelhantes ao CDB (Rocha, 2020). Por fim, a Letra Financeira (LF) é emitida por instituições financeiras para captação de longo prazo, oferecendo maior rentabilidade, mas sem a garantia do FGC (B3, 2024).

As debêntures são títulos de dívida que concedem ao investidor o direito de crédito sobre o emissor, com remuneração em juros e devolução do valor principal no vencimento (B3, 2024). Os Certificados de Recebíveis Imobiliários (CRI) são emitidos por securitizadoras e lastreados em créditos imobiliários, oferecendo remuneração prefixada ou indexada e isenção de Imposto de Renda para pessoas físicas (B3, 2024). Similarmente, os Certificados de Recebíveis do Agronegócio (CRA) são lastreados em recebíveis do setor agropecuário, com vantagens como fluxo de caixa previsível e isenção de imposto (B3, 2024). Importante destacar que esses títulos não possuem garantia do FGC.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é de natureza aplicada e busca resolver um problema prático relacionado à otimização de carteiras de investimentos em renda fixa, utilizando modelagem matemática e heurística. Baseada em métodos quantitativos, como o "problema da mochila", a implementação é realizada por meio de simulações e programação linear inteira em Python, otimizando a alocação de ativos. A abordagem empírica usa dados reais de mercado, como taxas de juros e CDI, reforçando o caráter descritivo e explicativo da pesquisa, que descreve e explica as variáveis que influenciam a composição de uma carteira otimizada.

3.1 PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO

Para facilitar a compreensão, os parâmetros estão organizados no quadro 1. O grupo 1 refere-se às projeções anuais médias da SELIC, CDI e IPCA, indicadores fundamentais para calcular a rentabilidade estimada de cada título de renda fixa. Este estudo não se aprofunda nas incertezas sobre os valores de cada indexador, pois esses dependem de fatores econômicos e políticas governamentais.

O grupo 2 detalha os dados do investidor, incluindo sua capacidade de investimento e a composição de sua carteira. São apresentadas as quantias já investidas por indexador e nota de risco, ressaltando que os itens 2.2 e 2.3 devem ter somas iguais, refletindo a carteira do investidor sob diferentes perspectivas.

Já o grupo 3 trata das restrições impostas pelo investidor quanto aos produtos nos quais deseja aplicar. As restrições dizem respeito "à escassez de recursos, por um lado, e a limites impostos sobre nossas ações na tentativa de maximizar a função objetivo" (Moreira, 2018, p. 16). Essas restrições foram divididas em dois subgrupos: por indexador e por risco. No primeiro, define-se o percentual máximo que o investidor pretende alocar em cada indexador, além de parâmetros como número de dias e taxa mínima. No segundo subgrupo, são mapeados os percentuais de alocação por nota de risco para futuros investimentos, desconsiderando o que já foi aplicado.

Quadro 1 - Parâmetros sobre projeções, carteira do investidor e restrições

1. Projeções dos Indexadores	
SELIC média anual	10,50%
CDI médio anual	10,40%
IPCA média anual	6,50%

2. Investidor					
Valor disponível para investir					R\$ 120.000,00
2.2 Carteira do Investidor por Indexador					
Inflação					R\$ 100.000,00
Pós-Fixado					R\$ 50.000,00
Pré-Fixado					R\$ 50.000,00
2.3 Carteira do Investidor por Risco					
Nota 1 - Títulos sem FGC, com maior risco e taxas mais atrativas					R\$ 0,00
Nota 2 - Títulos privados com FGC, instituições com nota A					R\$ 0,00
Nota 3 - Títulos privados com FGC, instituições com nota B					R\$ 50.000,00
Nota 4 - Títulos privados com FGC, instituições com nota A					R\$ 100.000,00
Nota 5 - Títulos do governo, considerados os mais seguros					R\$ 50.000,00
3. Restrições do Investidor					
3.1 Restrições por Indexador					
3.1.1 Inflação		3.1.2 Pós-Fixado		3.1.3 Pré-Fixado	
Capacidade Máxima	70,00 %	Capacidade Máxima	70,00%	Capacidade Máxima	70,00%
3.1.1.1 Inflação com IR		3.1.2.1 Pós-Fixado com IR		3.1.3.1 Pré-Fixado com IR	
Dias Mínimo	300	Dias Mínimo	300	Dias Mínimo	300
Dias Máximo	2000	Dias Máximo	2000	Dias Máximo	2000
Taxa Mínima (IPCA+)	7,50%	Taxa Mínima (CDI)	120,00%	Taxa Mínima (FIXO)	12,00%
3.1.1.2 Inflação sem IR		3.1.2.2 Pós-Fixado sem IR		3.1.3.2 Pré-Fixado sem IR	
Dias Mínimo	30	Dias Mínimo	30	Dias Mínimo	30
Dias Máximo	2000	Dias Máximo	2000	Dias Máximo	2000
Taxa Mínima (IPCA+)	6,00%	Taxa Mínima (CDI)	100,00%	Taxa Mínima (FIXO)	11,00%
3.2 Restrições por Risco					
Nota 1 - Títulos sem FGC, com maior risco e taxas mais atrativas					0,00%
Nota 2 - Títulos privados com FGC, instituições com nota A					0,00%
Nota 3 - Títulos privados com FGC, instituições com nota B					100,00%
Nota 4 - Títulos privados com FGC, instituições com nota A					100,00%
Nota 5 - Títulos do governo, considerados os mais seguros					100,00%

Fonte: Autor (2024).

O Quadro 2 apresenta um exemplo de produtos de renda fixa com diferentes características, como taxas, riscos e prazos. Esses dados refletem o que os investidores encontram em diversas plataformas de investimentos, como as da XP Investimentos e BTG Pactual. A coluna "Lastro Disponível" indica o valor máximo disponível para investimento em cada produto. Por exemplo, não adianta o investidor ter 50 mil reais para investir se o lastro disponível for inferior a esse montante. A coluna "Valor Cota" refere-se ao valor de

uma cota de investimento, sendo necessário investir em múltiplos desse valor. O modelo, portanto, sempre considera a aquisição de cotas inteiras.

Quadro 2 - Títulos de renda fixa disponíveis

Tipo de Título	Indexador	Tipo Indexador	Taxa	Emissor	Lastro Disponível	Valor Cota	Vencimento
CDB	IPCA+	INFLAÇÃO	6,00%	ABC	R\$ 15.356,56	R\$ 1.256,44	27/10/2026
CDB	CDI	PÓS-FIXADO	120,00%	DAYCOVAL	R\$ 2.325,76	R\$ 1.044,23	28/10/2028
LCI	IPCA+	INFLAÇÃO	6,20%	SOFISA	R\$ 8.788,99	R\$ 1.112,47	29/10/2026
LCA	PRÉ	PRÉ-FIXADO	13,76%	ORIGINAL	R\$ 10.564,45	R\$ 1.057,99	30/10/2025
CRI	CDI	PÓS-FIXADO	105,00%	BTG	R\$ 22.568,46	R\$ 1.584,59	31/10/2026
CRA	CDI	PÓS-FIXADO	110,00%	ENERGISA	R\$ 45.689,21	R\$ 1.668,74	01/12/2025
DEBÊNTURE INCENTIVADA	IPCA+	INFLAÇÃO	9,00%	CCRO	R\$ 145.686,99	R\$ 12.356,41	02/05/2026
TESOURO DIRETO	IPCA+	INFLAÇÃO	6,50%	GOVERNO	R\$ 9.999.999,00	R\$ 2.564,78	03/01/2026
LCA	CDI	PÓS-FIXADO	101,00%	DAYCOVAL	R\$ 50.000,00	R\$ 1.000,00	04/09/2026
TESOURO DIRETO	SELIC+	PÓS-FIXADO	1,00%	GOVERNO	R\$ 9.999.999,00	R\$ 2.456,23	05/03/2027
DEBÊNTURE	CDI	PÓS-FIXADO	127,00%	COPEL	R\$ 50.000,00	R\$ 1.658,55	06/11/2027
LCI	PRÉ	PRÉ-FIXADO	12,00%	BMG	R\$ 15.454,77	R\$ 1.234,56	29/12/2026
LCA	CDI	PÓS-FIXADO	98,00%	SANTANDER	R\$ 40.454,56	R\$ 1.533,23	10/08/2027
CDB	PRÉ	PRÉ-FIXADO	14,75%	INTER	R\$ 23.545,56	R\$ 1.487,23	24/10/2027

Fonte: Autor (2024).

3.2 PREPARAÇÃO DOS DADOS

Com os dados em mãos que descrevem a capacidade da carteira, ou seja, o saldo disponível para investir e os produtos já alocados, além das restrições estabelecidas pelo investidor, inicia-se a fase de preparação dos dados. O modelo requer a identificação de algumas variáveis associadas às colunas da lista de produtos de renda fixa apresentada anteriormente. Para cada item dessa lista, foram criadas colunas conforme consta na Tabela 2. Foi utilizado a data de 10/09/2024 como data de referência para os cálculos. De acordo com Neto, Santos e Mello (2019, p. 19), “um ano tem 252 dias úteis na convenção do mercado financeiro brasileiro”.

Tabela 2 – Colunas incluídas após preparação dos dados

Coluna	Ação
Dias Corridos	Identificar a quantidade de dias corridos entre a data de vencimento e a data atual.
Dia Úteis	Identificar a quantidade de dias úteis entre a data de vencimento e a data atual.
Possui FGC?	Identificar se o título possui ou não garantia do FGC
Possui IR?	Identificar se o título possui ou não imposto de renda
Alíquota IR	Aplicar o percentual de cobrança (se houver) com base no tempo de aplicação conforme a tabela regressiva.
Nota de Risco	Classificar o título de acordo com o item 3.2 no quadro 1.
Taxa Anual	Calcular a taxa anual considerando a projeção média dos indexadores (IPCA, SELIC, CDI). Se o título for "IPCA+" então $((1+(IPCA/100))*(1+(Taxa\ do\ Título/100)))-1$ Se o título for "SELIC+" então $((1+(SELIC/100))*(1+(Taxa\ do\ Título/100)))-1$ Se o título for "CDI" então $(CDI*Taxa\ do\ Título/100)$ Se o título for "PRÉ" então $(Taxa\ do\ Título/100)$
Coefficiente Dias Úteis	Total de dias úteis do período dividido por 252
Taxa Acumulada	Calcular a taxa acumulada que consiste na fórmula: $(1 + Taxa\ Anual) ^ Coeficiente\ Dias\ Úteis$
Taxa por Dia	Calcular a rentabilidade pró-rata dividindo a taxa acumulada pela quantidade de dias úteis.

Fonte: Autor (2024).

3.3 MODELO MATEMÁTICO

A maximização da rentabilidade é amplamente discutida nas finanças. Markowitz (1952) introduziu a teoria de portfólios, enfatizando a "fronteira eficiente de ativos de risco" (Bodie; Kane; Marcus, 2015, p. 195). Sharpe (1964) desenvolveu o modelo CAPM, relacionando risco e retorno, enquanto Fama e French (1993) ampliaram essa análise com o modelo de três fatores. Merton (1973) focou na maximização contínua da rentabilidade. Neste trabalho, a maximização da rentabilidade foi abordada com programação linear, uma ferramenta eficaz para decisões sob restrições. Segundo Silva (2017, p. 4), em problemas de investimentos, as variáveis de decisão representam alocação de montantes e períodos de investimento. A heurística utilizada considerou a rentabilidade diária proporcional aos dias úteis até o vencimento. Para lidar com a complexidade computacional, houve uma filtragem dos títulos, eliminando aqueles que não atendiam aos critérios de alocação, risco ou prazo.

3.3.1 ÍNDICES, PARÂMETROS E VARIÁVEIS

De acordo com Moreira (2018) quando se está diante de um problema que deve ser formulado como um modelo de programação linear, deve-se prestar atenção aos parâmetros e às variáveis de decisão. Os parâmetros são valores já fixados, fora do controle de quem monta o modelo, e devem ser aceitos como estão. Eles fazem parte do problema, mas não estão sujeitos a discussão. A Tabela 3 apresenta os índices, parâmetros e a variável de decisão que compõem o modelo.

Tabela 3 - Índices, Parâmetros e Variáveis

Índices

$i \in \{1, 2, \dots, N\}$ Índice dos títulos disponíveis.

$k \in \{1, 2, \dots, J\}$ Índice dos diferentes indexadores.

$r \in \{1, 2, \dots, K\}$ Índice das notas de risco.

Parâmetros

v_i Valor mínimo para investir no título (i).

t_i Taxa por dia associada ao título (i).

l_i Lastro disponível do título (i) - máximo permitido para investir em (i).

V_d Valor disponível para investir.

Cindexador(i) Indica o indexador do título (i).

Crisko(i) Classificação de risco do título (i).

$V_{carteira, indexador}$ Valor atual da carteira por indexador.

$V_{carteira, risco}$ Valor atual da carteira por risco.

$P_{max, indexador}$ Percentual máximo permitido para o indexador.

$P_{max, risco}$ Percentual máximo permitido para o risco.

Variáveis

n_i Número de cotas do título (i) a ser alocado - variável de decisão, inteira.

Fonte: Autor (2024).

3.3.2 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo do modelo busca maximizar a rentabilidade total da carteira, respeitando as restrições definidas. Como resultado, determina a quantidade ideal de cotas (n_i) a serem alocadas em cada título de renda fixa. As cotas devem ser inteiras, pois as plataformas de investimento permitem apenas a compra em múltiplos do valor cota informado.

$$\text{Maximizar } \sum_i n_i \cdot v_i \cdot \frac{t_i}{100}$$

3.3.3 RESTRIÇÃO VALOR TOTAL INVESTIDO

A solução encontrada considerando a quantidades de cotas alocadas em cada título não pode exceder o saldo disponível do investidor:

$$\sum_i n_i \cdot v_i \leq V_d$$

3.3.4 RESTRIÇÃO LASTRO DISPONÍVEL

A quantidade de cotas encontradas multiplicadas pelo valor da cota do título não pode exceder o lastro disponível:

$$n_i \cdot v_i \leq l_i \quad \forall i$$

3.3.5 RESTRIÇÃO POR TIPO DE INDEXADOR

O valor total investido em cada indexador, somando o já investido e o novo investimento, não pode exceder o percentual máximo permitido na carteira para esse indexador:

$$\sum_{i | C_{\text{indexador}}(i)=j} n_i \cdot v_i + V_{\text{carteira, indexador}}(j) \leq P_{\text{max, indexador}}(j) \cdot (V_{\text{total}} + V_d)$$

3.3.6 RESTRIÇÃO DE CLASSIFICAÇÃO DE RISCO

O valor total investido em cada classificação de risco, somando o já investido e o novo investimento, não pode exceder o percentual máximo permitido na carteira para essa classificação de risco:

$$\sum_{i | C_{\text{risco}}(i)=k} n_i \cdot v_i + V_{\text{carteira, risco}}(k) \leq P_{\text{max, risco}}(k) \cdot (V_{\text{total}} + V_d)$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Investir envolve uma alta complexidade devido à multiplicidade de variáveis e incertezas que afetam os mercados financeiros. Como afirma Bernstein (2000), “a arte de investir está em equilibrar o risco e a recompensa, além de lidar com a imprevisibilidade do mercado”. Fatores como taxas de juros e inflação são difíceis de prever, demandando uma abordagem estratégica. Munger (2006) reforça que, embora os resultados não possam ser garantidos, a preparação máxima é essencial. Dalio (2019) e Marks (2014) destacam a importância de tomar decisões com base em informações limitadas, minimizando riscos com análises detalhadas.

A pesquisa e análise minuciosa ajudam a mitigar os riscos de perda. Investir sem o devido conhecimento é comparado a “jogar pôquer sem olhar as cartas” (Lynch; Rothchild, 1994). No contexto de renda fixa, variáveis como SELIC, CDI e IPCA são fundamentais. Durante períodos de altas taxas de CDI, títulos pós-fixados se tornam mais atrativos, mas o ajuste de prêmios pode impactar os retornos. Ofertas atraentes de curto prazo, prometendo até 200% do CDI, podem iludir investidores menos experientes. Títulos pré-fixados oferecem segurança durante ciclos de queda dos juros, mas prever esses ciclos com precisão é difícil.

No caso dos títulos atrelados ao IPCA, prêmios de 6% ao ano são considerados competitivos no longo prazo, apesar da raridade de taxas tão atrativas (Saadia, 2024). A volatilidade inflacionária preocupa o banco central, e optar por títulos indexados ao IPCA isentos de imposto de renda pode proteger o investidor. Entretanto, encontrar oportunidades que atendam aos critérios de risco e retorno nem sempre é fácil, e adotar uma estratégia de paciência pode ser vantajoso enquanto o saldo permanece em investimentos com liquidez

diária.

Por fim, o modelo de alocação de títulos de renda fixa, implementado com Python e a biblioteca Pulp, otimiza a carteira, atribuindo a quantidade adequada de cotas a cada título para maximizar a rentabilidade dentro das restrições definidas. O quadro 3 apresenta o resultado considerando os parâmetros registrados.

Quadro 3 - Solução do modelo a partir dos parâmetros informados

Tipo de Título	Indexador	Tipo Indexador	Taxa	Emissor	Lastro Disponível	Valor Mínimo	Qtde Alocada	Valor Alocado
CDB	CDI	PÓS-FIXADO	120,00%	DAYCOVAL	R\$ 2.325,76	R\$ 1.044,23	2	R\$ 2.088,46
LCI	IPCA+	INFLAÇÃO	6,20%	SOFISA	R\$ 8.788,99	R\$ 1.112,47	7	R\$ 7.787,29
CRI	CDI	PÓS-FIXADO	105,00%	BTG	R\$ 22.568,46	R\$ 1.584,59	14	R\$ 22.184,26
LCA	CDI	PÓS-FIXADO	101,00%	DAYCOVAL	R\$ 50.000,00	R\$ 1.000,00	50	R\$ 50.000,00
LCI	PRÉ	PRÉ-FIXADO	12,00%	BMG	R\$ 15.454,77	R\$ 1.234,56	12	R\$ 14.814,72
CDB	PRÉ	PRÉ-FIXADO	14,75%	INTER	R\$ 23.545,56	R\$ 1.487,23	15	R\$ 22.308,45
Total Alocado								R\$ 119.183,18

Fonte: Autor (2024).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desconhecimento dos investidores é amplamente explorado pela indústria de investimentos, especialmente ao promover a renda variável no Brasil, muitas vezes sem destacar os riscos envolvidos. O estudo abordou diferentes tipos de riscos, a assimetria de risco, e o papel das agências de classificação, elementos essenciais para decisões informadas. Também foram discutidos o Fundo Garantidor de Crédito (FGC) e os principais tipos de títulos de renda fixa, como os indexados ao IPCA, CDI, SELIC e pré-fixados, ressaltando a importância de compreendê-los para estratégias eficientes (Bodie; Kane; Marcus, 2015, p. 392).

O conceito de juro real foi destacado, colocando o Brasil entre os países com maiores juros reais. A análise dos índices CDI, IPCA e juro real ao longo de 20 anos reforçou a relevância desses indicadores no planejamento financeiro. O estudo também desenvolveu um modelo de otimização de carteiras para maximizar a rentabilidade, baseado em parâmetros detalhados.

Foram descritos os passos para preparar dados e calcular a rentabilidade diária, além da formulação matemática do modelo, que atribui cotas aos títulos. O modelo mostrou-se viável no mercado primário, mas enfrenta limitações no secundário, onde produtos se esgotam rapidamente. A falta de APIs para integração direta também foi citada como um desafio, relacionado a preocupações de segurança. O estudo sugere evoluções, como a inclusão de cálculos para títulos com cupons e a criação de cenários pessimista, realista e otimista.

Este trabalho ofereceu uma compreensão do mercado de renda fixa no Brasil, promovendo a reflexão sobre a assimetria de risco e a avaliação do custo médio histórico do

capital, sendo relevante tanto para investidores iniciantes quanto experientes.

REFERÊNCIAS

- ANBIMA. CPA-10: Módulo 6 – Imposto de Renda, IOF e Taxa de Administração. Disponível em:
<https://www.anbima.com.br/data/files/DB/07/EE/29/66A568103B6B3568B82BA2A8/CPA-10-Cap6.pdf>. Acesso em: 15 set. 2024.
- ASSAF NETO, A. Mercado financeiro. 15. ed. São Paulo: Atlas, 2021.
- AVIVATEC. CRT4: inovação no mercado financeiro. Disponível em:
<https://www.avivatec.com.br/crt4-inovacao-no-mercado-financeiro/>. Acesso em: 15 set. 2024.
- B3. Quem somos. Disponível em: <https://www.b3.com.br/>. Acesso em: 17 set. 2024.
- BERNSTEIN, William J. The Intelligent Asset Allocator: How to Build Your Portfolio to Maximize Returns and Minimize Risk. New York: McGraw-Hill, 2000.
- BLANCHARD, Olivier. Macroeconomia. 7. ed. São Paulo: Pearson, 2017.
- BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan. Investimentos. Porto Alegre: Grupo A, 2015. E-book. ISBN 9788580554205. Disponível em:
<https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580554205/>. Acesso em: 15 set. 2024.
- BRASIL. Registrar agência de classificação de risco de crédito – CVM. Disponível em:
<https://www.gov.br/pt-br/servicos/registrar-agencia-de-classificacao-de-risco-de-credito-cvm>. Acesso em: 17 set. 2024.
- CARVALHO, Maria; PEREIRA, João. Investimentos em Renda Fixa: Liquidez e Vencimento. São Paulo: Editora Econômica, 2018.
- CNN BRASIL. Pela 1ª vez na história, Brasil tem juro real negativo no horizonte de 12 meses. CNN Brasil, 5 ago. 2020. Disponível em:
<https://www.cnnbrasil.com.br/economia/macroeconomia/pela-1-vez-na-historia-brasil-tem-juro-real-negativo-no-horizonte-de-12-meses/>. Acesso em: 10 set. 2024.
- DALIO, Ray. Principles: Life and Work. New York: Simon & Schuster, 2019.
- DIAS, Joana Amaral. O Cérebro da Política. 1. ed. Lisboa: Edições 70, 2014.
- DRUCKER, Peter F. Managing for the Future: The 1990s and Beyond. New York: Truman Talley Books/Dutton, 1993.
- FAMA, Eugene F.; FRENCH, Kenneth R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds. *Journal of Financial Economics*, v. 33, n. 1, p. 3-56, 1993.
- FGC – Fundo Garantidor de Créditos. Quem somos. Disponível em:
<https://www.fgc.org.br/sobre-o-fgc/quem-somos>. Acesso em: 17 set. 2024.
- FOX, J.; BARTHOLOMAE, S.; LEE, JINKOOK. Building the case for financial education. *The Journal of Consumer Affairs*, v. 39, n. 1, p. 195, Summer 2005.
- GUIMARÃES, Vicente. Ações são realmente o melhor investimento para pessoas comuns? *Money Times*, 09 dez. 2022. Disponível em:
<https://www.moneytimes.com.br/acoes-sao-realmente-o-melhor-investimento-para-pessoas-comuns/>. Acesso em: 15 set. 2024.
- HOLLAND, M. (2006). “Por que as taxas de juros reais são tão elevadas no Brasil”. *Economia & Tecnologia*, 4(2): 27-423. CEPEC/UFPR.
- KAHNEMAN, Daniel; TVERSKY, Amos. Prospect Theory: an analysis of decision under risk. *Econometrica*, v. 47, n. 2, p. 263-291, 1979.
- KAHNEMAN, Daniel. Rápido e Devagar: duas formas de pensar. Rio de Janeiro: Objetiva, 2011
- LANGOHR, Herwig; LANGOHR, Patricia. The Rating Agencies and Their Credit Ratings: What They Are, How They Work, and Why They Are Relevant. Chichester: John Wiley &

Sons, 2010.

LYNCH, Peter; ROTHCHILD, John. *Beating the Street*. New York: Simon & Schuster, 1994.

MANKIW, N. Gregory. *Macroeconomia*. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

MARKOWITZ, Harry. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, v. 7, n. 1, p. 77-91, 1952.

MARKS, Howard. *The Most Important Thing Illuminated: Uncommon Sense for the Thoughtful Investor*. New York: Columbia University Press, 2014.

MARKS, Howard. *The Most Important Thing: Uncommon Sense for the Thoughtful Investor*. New York: Columbia University Press, 2014.

MERTON, Robert C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, v. 41, n. 5, p. 867-887, 1973.

MINSKY, Hyman P. *The Financial Instability Hypothesis*. New York: Levy Economics Institute, 1992.

MOREIRA, Daniel A. *Pesquisa Operacional: Curso Introdutório*. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. E-book. ISBN 9788522128068. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522128068/>. Acesso em: 15 set. 2024.

MUNGER, Charles T. *Poor Charlie's Almanack: The Wit and Wisdom of Charles T. Munger*. 3. ed. Virginia Beach: Donning Company Publishers, 2006.

NETO, José Monteiro V.; SANTOS, José Carlos de S.; MELLO, Eduardo M. *O mercado de renda fixa no Brasil - Conceitos, precificação e riscos*. São Paulo: Saint Paul Publishing (Brazil), 2019. E-book. ISBN 9788580041507. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788580041507/>. Acesso em: 14 set. 2024.

SAADIA, Beto. Tesouro IPCA+ 6% ao ano: veja como investir e riscos de um dos títulos mais vantajosos do momento. G1, 29 jul. 2024. Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/educacao-financeira/noticia/2024/07/29/tesouro-ipca-6percent-ao-ano-veja-como-investir-e-riscos-de-um-dos-titulos-mais-vantajosos-do-momento.ghtml>. Acesso em: 17 set. 2024.

SANTOS, J. C. S.; SILVA, M. E. *Derivativos e renda fixa: teoria e aplicações ao mercado brasileiro*. São Paulo: Atlas, 2019.

SHARPE, William F. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, v. 19, n. 3, p. 425-442, 1964.

SILVA, Ermes Medeiros da. *Pesquisa Operacional - Para os Cursos de Administração e Engenharia*, 5ª edição. Rio de Janeiro: Grupo GEN, 2017. E-book. ISBN 9788597013559. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788597013559/>. Acesso em: 15 set. 2024.

SILVA, José Pereira da. *Gestão e Análise de Risco de Crédito – 9ª edição revista e atualizada*. São Paulo: Cengage Learning Brasil, 2018. E-book. ISBN 9788522126750. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788522126750/>. Acesso em: 17 set. 2024.

TALEB, Nassim Nicholas. *A Lógica do Cisne Negro: o impacto altamente improvável*. 2. ed. Rio de Janeiro: BestSeller, 2010.

TESOURO DIRETO. Tipos de Tesouro. Disponível em: <https://www.tesourodireto.com.br/titulos/tipos-de-tesouro.htm>. Acesso em: 17 set. 2024.

VIEIRA, Flávia M.; LOLATTO, Daiane; SOUZA, Thauane Lima de; et al. *Mercado de renda fixa e derivativos*. Porto Alegre: Grupo A, 2022. E-book. ISBN 9786556903095. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9786556903095/>. Acesso em: 14 set. 2024.

VIEIRA, Flávia M.; LOLATTO, Daiane; SOUZA, Thauane Lima de; et al. *Mercado de renda fixa e derivativos*. Porto Alegre: Grupo A, 2022. E-book. ISBN 9786556903095. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9786556903095/>. Acesso em: 17 set. 2024.